

静的非線形解析により部材破断の衝撃を考慮した リダンダンシー評価手法の提案

Redundancy evaluation
considering impact of member failure by static nonlinear analysis

村田悠仁*

Yuto MURATA

*構造強度学研究室（指導教員：京谷孝史 教授，研究指導教員：斉木功 准教授）

Failure of a bridge member drastically changes the equilibrium state of the bridge. The release of the internal force of the failure member produces dynamic effects such as impact or vibration and the dynamic effect may cause the collapse of the entire bridge at worst. However, the nonlinear dynamic analysis which can evaluate the redundancy including the dynamic effect requires a large computational cost. To overcome this problem, a few methods to evaluate the redundancy including the dynamic effect by nonlinear static analysis have been proposed. The basic idea of these methods to take the dynamic effect into account is to employ inertia force constructed along with the natural vibration modes of the bridge. Although the natural vibration modes include important information of the vibration of the bridge, they have low relevance to the forced vibration excited by unbalanced force due to the member failure. Therefore, in this thesis, we propose a method to determine the inertia force by a relative displacement between two states obtained through the nonlinear static analysis. The validity of this method is confirmed by comparing the redundancy evaluated by the present method with that by the nonlinear dynamic analysis. From the comparison, we find that the accuracy of the proposed method is 2% for a truss bridge and 6% for a langer bridge.

Key Words: steel bridge, redundancy analysis, static nonlinear analysis, dynamic effect

1. はじめに

2007 年，米国ミネソタ州の鋼トラス橋 I-35W 橋が，格点部のガセットプレートの面外変形をきっかけに崩落するという事故が発生した．これに対し，日本国内でも同年に鋼トラス橋である木曾川大橋の斜材が腐食によって破断しているのが発見されたが，こちらは崩壊には至らなかった．日本国内では橋梁の老朽化が進み，こういった損傷が今後増加すると考えられるため，橋梁のリダンダンシー評価は重要な問題である．

後藤ら¹⁾は，2 次元トラスを質点系に近似し，部材破断により生じる重力仕事と，構造系の弾性変形と塑性散逸の和からリダンダンシーの指標を求め，動的効果を考慮したトラスのリダンダンシーを静的非線形解析で評価する手法を提案した．この手法では，部材破断後の質点に作用する慣性力を，固有振動モードによりモデル化している．藤本ら²⁾は，この手法を，質点に近似しない 3 次元トラス橋に適用し，その妥当性を検証した．その中で，慣性力荷重に用いる固有振動モードを載荷剛性と除荷剛性の 2 通りから求めて検証を行ったが，用いる剛性の違いはリダンダンシー評価に有意な影響を与えないと述べている．

部材破断によって橋梁が破断後のつり合い状態に移行する際，橋梁には複数のモードを重ね合わせた振動に加え，部材破断によるつり合い力による強制振動

が生じる．後藤ら¹⁾や藤本ら²⁾の手法は，損傷した橋梁の自由振動のうちの 1 つのモードを慣性力荷重として用いるが，つり合い力による強制振動が慣性力荷重に反映されない．また，後藤ら¹⁾や藤本ら²⁾の手法では，固有モードを用いて動的効果を考慮するため固有値解析が別途必要になり，計算が煩雑になってしまうことに加え，複数の固有モードの中から卓越するモードを判定して選ぶ必要があり，選択するモードによって結果が異なる可能性がある．

そこで本研究では，固有振動モードではなく，部材破断によるつり合い力の影響を考慮した慣性力荷重のモデル化を試みる．この慣性力荷重を用いることで，動的効果を考慮した固有値解析が不要な橋梁のリダンダンシー評価手法を提案する．提案手法を動的解析と比較し，その精度と有効性を検証する．

2. 解析対象

本研究では，木曾川大橋と同規模の鋼トラス橋を図-1，旧子飼橋と同規模の鋼ランガーを図-2 のようにモデル化し解析対象とした．床版とランガー橋の橋門構は平面シェル要素，それ以外の部材は梁要素を用いてモデル化し，床版と床組は剛体要素を用いて接続した．鋼の Young 係数 210GPa，Poisson 比 0.3，質量密度 $7.85 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ ，初期降伏応力を 235MPa とし，コンクリートについては Young 係数 26.5GPa，Poisson 比 0.17，

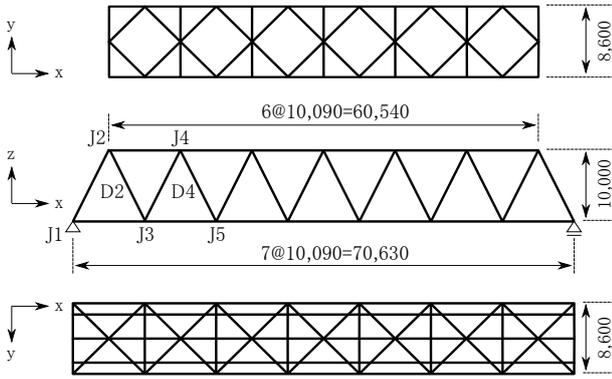


図-1 解析対象のトラス橋 (単位: mm)

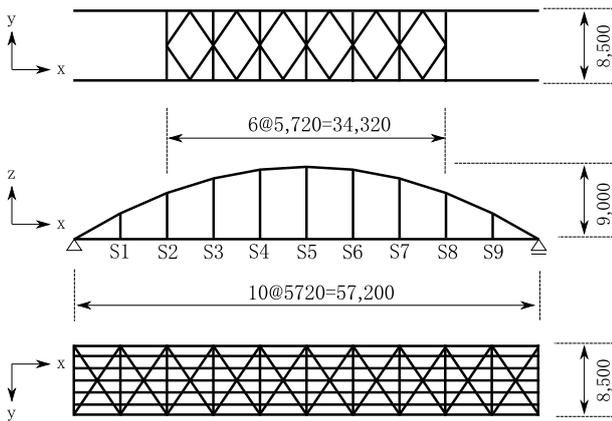


図-2 解析対象のランガー橋

質量密度 $2.35 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、初期降伏応力を 22.7 MPa とした。また、要素の相当塑性ひずみが鋼で 10% 、コンクリートで 0.35% を超えると破壊したとみなし、要素が削除されるよう設定した。以下では、損傷のないモデルを健全系、部材損傷を考慮したモデルを破断系とする。トラス橋の破断想定部材は $D2$ と $D4$ とし、 $D2$ を取り除いたものを $D2$ 破断系、 $D4$ を取り除いたものを $D4$ 破断系と呼ぶことにする。荷重は、死荷重 D と荷重倍率 k を乗じた活荷重 L を考え、トラス橋については破断想定部材が最も厳しくなるよう载荷する。ランガー橋に対してはトラス橋とは異なり、支点付近の吊材である $S1$ のみを破断想定部材とし、活荷重の载荷パターンを変えてリダンダンシー評価を行う。 $p_1 + p_2$ を $S5$ 付近に载荷するパターンを $S5$ 荷重系、 $S7$ 付近に载荷するパターンを $S7$ 荷重系とする。

3. リダンダンシー評価法

(1) 非線形静解析による評価方法

活荷重に対する荷重倍率 k を変化させ、各節点に対して図-3 のようなつり合い曲線を求め、活荷重倍率に対する橋梁のリダンダンシーを評価する。

- 健全系、破断系のそれぞれに、死荷重 D と荷重倍率 k を乗じた活荷重 kL に、 0 から 1 へ増加する荷

重パラメータ α を乗じた荷重 $\alpha(D + kL)$ を作用させる。この時、健全系に荷重を漸増载荷し、 $\alpha = 1$ となった状態を状態 B 、破断系において $\alpha = 1$ となった状態を状態 S 、破断系の重心が载荷に伴って鉛直下向きに移動し、その変位が健全系の状態 B の重心変位と等しくなった状態を状態 B^* とする。

- 状態 S での荷重 $D + kL$ に加え、破断系に対し慣性力荷重 F_{iner} を、荷重パラメータ β を乗じて载荷する。慣性力荷重の詳細については後述する。 βF_{iner} は、部材破断の衝撃によって静的なつり合い状態よりも大きな部材力が生じることを再現している。 β が極大値を超えて減少し、 $\beta = 0$ となった状態を限界状態 F とする。
- 図-3 に示した状態 B^* から状態 F の状態に至るまでの系の弾性エネルギー増分と塑性変形による散逸の和 E_A 、重力による仕事 W_G を

$$E_A \equiv \int_{B^*}^F \mathbf{QP} \cdot d\mathbf{u} \quad (1)$$

$$W_G \equiv (\mathbf{D} + k\mathbf{L}) \cdot (\mathbf{Q}(u_F - u_{B^*})) \quad (2)$$

と定義する。ここで、

$$\mathbf{Q} \equiv \text{diag}(0, 0, 1, 0, 0, 1, \dots, 0, 0, 1) \quad (3)$$

であり、有限要素モデルの荷重や変位の鉛直成分のみを取り出す演算子として定義する。 \mathbf{P} は荷重ベクトル、 \mathbf{u} は各状態での変位である。

式 (1) は、静的なつり合い状態 B であった橋梁の部材が破断し、その衝撃で限界状態 F となるまでの弾性エネルギーと塑性散逸の和を求める経路積分であるが、状態 B と状態 B^* では、内力が系に対してする仕事は等しいため、状態 B^* を始点として経路積分を行っている。

- 式 (1)、(2) から求めた E_A 、 W_G を用いてリダンダンシー指標 I を

$$I \equiv E_A / W_G \quad (4)$$

と定義する。 $I \geq 1$ の時には十分なリダンダンシーがあると判定し、 $I < 1$ の時には橋梁が崩壊すると判定する。

(2) 非線形静的解析に用いる慣性力荷重

本研究では、3通りの慣性力荷重を用いて非線形静的解析を行う。状態 B^* と状態 S の変位差を用いて慣性力荷重をモデル化する手法を手法 1、状態 B と状態 S の変位差を用いる手法を手法 2、固有振動モードを用

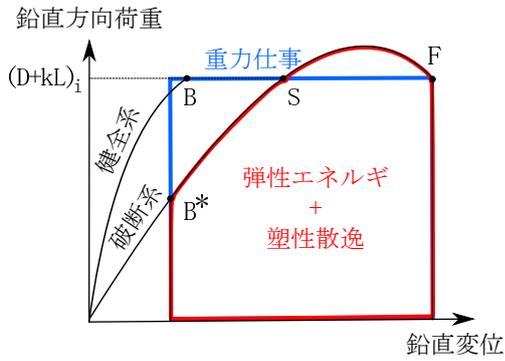


図-3 節点 i の荷重-変位関係

いる手法を従来手法と呼ぶことにする。非線形静的解析の手順2で用いる慣性力荷重は、

$$F_{\text{iner}} = \begin{cases} \mathbf{M}(\mathbf{u}_S - \mathbf{u}_{B^*}) & \dots(\text{手法 1}) \\ \mathbf{M}(\mathbf{u}_S - \mathbf{u}_B) & \dots(\text{手法 2}) \\ \mathbf{M}\Phi & \dots(\text{従来手法}) \end{cases} \quad (5)$$

$$\mathbf{M} \equiv \text{diag}(m_1, m_1, m_1, m_2, m_2, m_2, \dots, m_n, m_n, m_n) \quad (6)$$

と表される。ここで、 m_i は節点 i の質量、 \mathbf{u} は各状態での変位、 Φ は固有振動モードである。手法1と手法2はどちらも各状態の変位差を用いてモデル化した慣性力荷重であるが、状態Bと状態B*では異なった変形が得られるため、2通りの慣性力荷重を用いて精度の検証を行う。

(3) 非線形動的解析

本研究では動的解析での結果をリダンダンシー評価の参照解とし、静的非線形解析の精度を検証する。以下に動的解析での解析手順を示す。

- 健全系に $D+kL$ を作用させ、破断想定部材の両端の格点に生じる軸力 N_1, N_2 を求める。
- 破断系に $D+kL$ と N_1, N_2 を作用させ、部材破断前の状態を再現する。
- 0.01s の間に N_1, N_2 だけをゼロにする³⁾。

部材破断後に重心の変位が一定の値付近で振動し続ける場合は崩壊しないと判定し、重心の変位が増加し続ける場合は崩壊すると判定する。

4. 結果

(1) リダンダンシー指標の比較

前述した3種類の慣性力荷重を用いた非線形静的解析によって算定したD2破断系、D4破断系、S5荷重系、S7荷重系のリダンダンシー指標 I を、それぞれ図4~7に示す。また、図には静的解析により算出された最小崩壊活荷重倍率 k_{cs1} (D2破断系)、 k_{cs2} (D4破断系)、 k_{cs3} (S5荷重系)、 k_{cs4} (S7荷重系) と、それらの参照解 $k_{cd1}, k_{cd2}, k_{cd3}, k_{cd4}$ に対する相対誤差も示

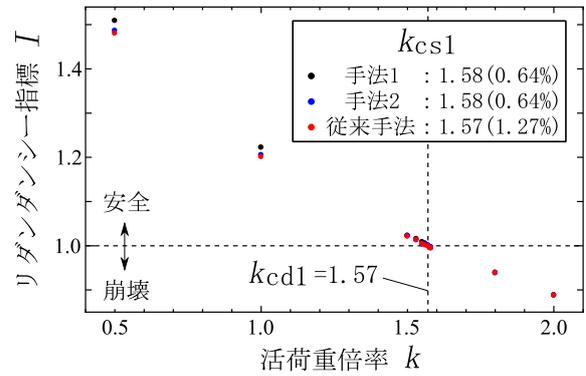


図-4 D2破断系の静的解析結果

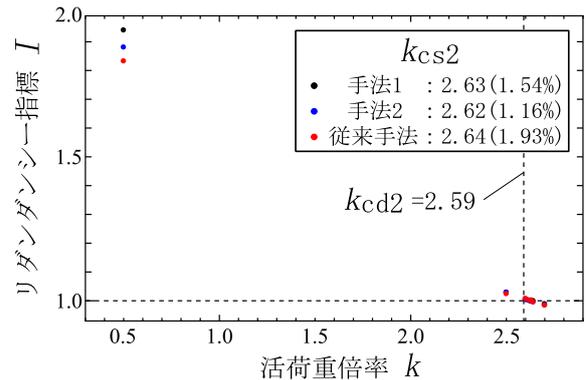


図-5 D4破断系の静的解析結果

している。活荷重倍率 k が増加するとリダンダンシー指標 I が減少し、図中に示した荷重倍率で $I < 1.00$ となり、橋梁が崩壊すると判定された。

トラス橋のD2破断系とD4破断系を比較すると、 k_{cs2} に比べ k_{cs1} が小さく、D4よりD2の方が破断時に崩壊に至りやすい重要な部材であるといえる。 k_{cs1} の k_{cd1} に対する誤差は手法1、手法2で0.64%、従来手法で1.27%であった。 k_{cs2} の k_{cd2} に対する誤差は、手法1では1.54%、手法2では1.16%、従来手法では1.93%であった。3手法を比較すると、 k_{cs2} は手法2が最も精度よく算定されたが、 k_{cs1} では手法1と同程度の精度であり、手法により精度に大きな差は見られなかった。D2破断系、D4破断系ともに、 k が大きくなるにつれ慣性力荷重のモデル化の手法の違いによる I の差が小さくなった。これは、活荷重倍率が小さい場合には、死荷重・活荷重に対して慣性力荷重が相対的に大きくなるため、慣性力荷重の違いが影響しやすいためと考えられる。

ランガー橋のS5荷重系とS7荷重系を比較すると、 k_{cs4} に比べ k_{cs3} が小さく算定された。手法1、手法2に関してはトラス橋同様、活荷重倍率 k が増加するとリダンダンシー指標 I が減少したが、従来手法によって算出されたS7荷重系の $k = 0.50$ のときのリダンダンシー指標 I は1.0を下回った。S7荷重系の固有振動モードを用いた慣性力荷重は鉛直上向きの成分を多く含むた

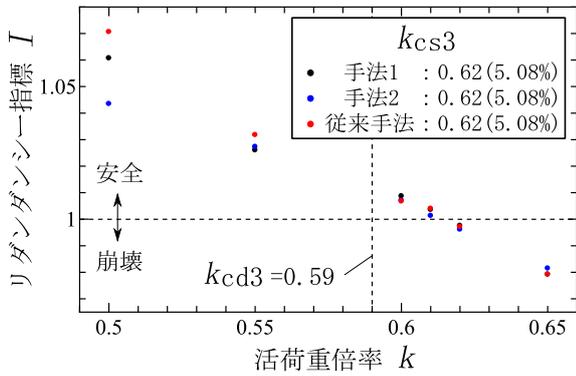


図-6 S5 荷重系の静的解析結果

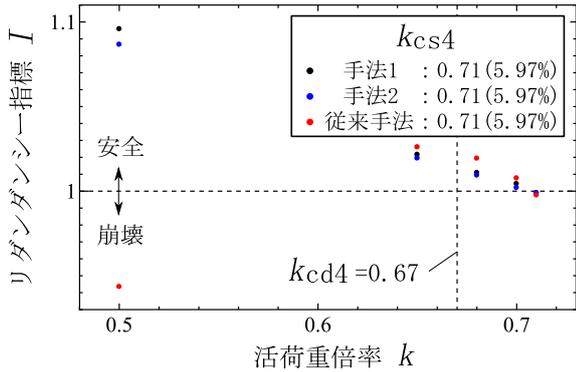


図-7 S7 荷重系の静的解析結果

め、慣性力荷重の作用方向とは逆に変位をする節点が存在する。その結果状態 S を過ぎた直後に荷重による仕事が負の値となり、 E_A が小さくなったためと考えられる。 k_{cs3} の k_{cd3} に対する誤差は手法によらず 5.08%、 k_{cs4} の k_{cd4} に対する誤差も手法によらず 5.97%と、手法による差が見られなかった。S5 荷重系についてはトラス橋同様、 k が大きくなるにつれ慣性力荷重のモデル化の手法の違いによる I の差が小さくなる傾向が見られた。 k_{cs3} 、 k_{cs4} はどちらも k_{cs1} 、 k_{cs2} より小さく、1 次不静定構造であってもリダンダンシーに優れるとは言えない。

(2) 慣性力荷重の比較

3 手法の精度をより詳細に比較するため、各手法で求められる慣性力荷重を、参照解である動的解析から求められる慣性力と比較する。動的解析から求めた慣性力と D2 破断系、D4 破断系の慣性力との誤差ノルムを、それぞれ表-1~4 に示した。表に示している値は、正規化した慣性力ベクトルの差の L^2 ノルムである。ここで、動的解析での慣性力は、部材破断直前の時刻と、破断後に加速度が初めにゼロとなった時刻での変位差を用い、式 (5) から算出した。D2 破断系、D4 破断系ともに、従来手法に比べ手法 1、2 の誤差ノルムが小さく、固有振動モードではなく各状態での変位差を用いる手法が適切であったといえる。

また、ランガー橋について、各手法で求められる慣性力荷重を、参照解である動的解析から求められる慣

表-1 D2 破断系の慣性力の比較

k	手法 1	手法 2	従来手法
1.50	0.162	0.101	0.303
1.55	0.161	0.103	0.306

表-2 D4 破断系の慣性力の比較

k	手法 1	手法 2	従来手法
2.50	0.390	0.190	0.519
2.60	0.332	0.160	0.475

表-3 S5 荷重系の慣性力の比較

k	手法 1	手法 2	従来手法
0.55	0.735	0.375	1.392
0.60	0.632	0.386	1.389

表-4 S7 荷重系の慣性力の比較

k	手法 1	手法 2	従来手法
0.65	1.271	0.664	1.790
0.68	1.153	0.645	1.784

性力と比較すると、動的解析に対する誤差ノルムは手法 2 で最小、従来手法で最大となった。

5. 結論

橋梁の部材破断時の動的効果を考慮したリダンダンシー評価を行うため、部材破断によって生じる慣性力を各状態の変位差を用いてモデル化することで計算の煩雑さを解消するとともに、つり合い力による強制振動の影響を考慮した。また、リダンダンシーに関する研究がトラス橋ほど充実していないランガー橋に対してリダンダンシー評価を行い、リダンダンシー評価手法の適用性を検証した。その結果、以下の知見を得た。

- 提案手法により、参照解である動的解析に対して、本研究で対象としたトラス橋に対しては 1~2% 程度、ランガー橋に対しては 5~6% 程度の精度で最小崩壊荷重倍率が推定できた。
- トラス橋・ランガー橋ともに、健全系の死荷重・活荷重作用時と破断系の死荷重・活荷重作用時の変位差を用いる手法が、本研究で用いた 3 手法の中で最も動的解析に近い慣性力荷重を得られた。
- 固有振動モードを用いた慣性力荷重ではリダンダンシーを適切に評価できない場合がある。

参考文献

- 1) 後藤芳顕, 水野剛規, 山田忠信: トラスの部材破断時の衝撃と非弾性挙動を考慮したエネルギーによるリダンダンシー評価, 土木学会論文集 A1, Vol.71, pp.367-386, 2015
- 2) 藤本真明, 齊木功, 山本剛大: 3 次元静的非線形解析による鋼トラス橋の動的効果を考慮したリダンダンシー評価, 鋼構造年次論文報告集, vol.26, pp.312-319, 2018.
- 3) 塚田健一, 齊木功, 岩熊哲夫: 動的非線形解析による鋼トラス橋の部材破断に伴う衝撃係数に関する数値的評価, 土木学会全国大会技術研究発表会講演概要集, 2015.

(2021 年 2 月 3 日 提出)