

断面変形を考慮した梁要素と連続体要素の接合に関する検討

A study of combining continuum element and beam element with cross-sectional deformation

星屋美優*
Miyu HOSHIYA

*構造強度学研究室（指導教員：齊木功 准教授）

橋梁などの構造解析において、連続体要素と梁要素の両方を用いると、連続体要素のみを用いるよりも自由度が減少するため、効率的である場合も多い。しかし、薄肉断面や複合断面のような断面変形が無視できない部材においては、平面保持を仮定した梁要素を接合すると、梁要素と連続体要素の接合部での断面変形が拘束されてしまうため、実際の変形を精度よく再現することができない。そこで、均質化法により断面変形を考慮した梁要素と連続体要素を接合することで、接合部の断面変形の拘束を極力小さくできるモデル化手法を提案した。

Key Words: shear lag, periodic boundary condition, finite element method, combined modeling

1. はじめに

橋梁の有限要素解析において、剛結部などの局所的な変形が生じる部分を連続体要素で、それ以外の部分は梁要素を用いてモデル化することで、連続体要素のみでモデル化した場合よりも自由度を低減できる。しかしながら、幅広薄肉断面を持つ構造物では断面変形が発生するため、断面の平面保持を仮定した Timoshenko 梁要素を接合したモデルでは接合部の断面が平面に拘束され、たわみや接合部の応力の解析精度が低下することが知られている¹⁾。

均質化梁理論により任意断面のフランジのせん断遅れやウェブの面外せん断変形などの断面変形を考慮した梁要素が開発されている^{2),3)}。この梁要素を用いることで、連続体要素と滑らかに接合することができると考えた。そこで本研究では断面変形を考慮した梁要素と連続体要素を接合し、連続体要素のみを使ったモデルに比べ自由度を小さくしつつ精度のよい解析手法を提案する。

2. モデル化手法

図-1 に示すような正規直交座標系を設定する。梁要素の節点自由度を図-2 に示す。断面変形を考慮した梁要素の節点自由度は、梁の断面重心位置の x_1 方向の変位 u_1^b 、 x_3 方向の変位 u_3^b 、 x_2 軸周りの回転角 θ および断面変形を表す一般化変位 g である。ここで梁の断面内の任意点での x_1 方向の変位 u_1 は、

$$u_1(x_1, x_2, x_3) = u_1^b(x_1) + x_3\theta(x_1) + f(x_2, x_3)g(x_1) \quad (1)$$

と表せる³⁾。ここで、 $f(x_2, x_3)$ は周期境界条件のもとで梁の代表体積要素にせん断変形を与えた際の断面の任意の点の x_1 方向変位であり、せん断による断面のゆがみ変位の分布を表す関数である。また、 $\theta = \tilde{\gamma} - \frac{du_3}{dx_1}$ は断面の回転角、 $\tilde{\gamma}$ は梁の面外せん断ひずみ（要素自由度）

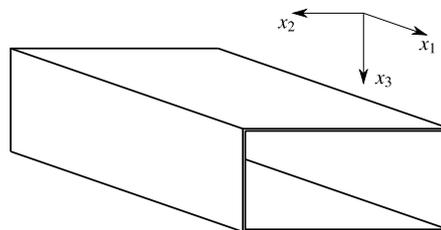


図-1 解析対象の梁の全体図

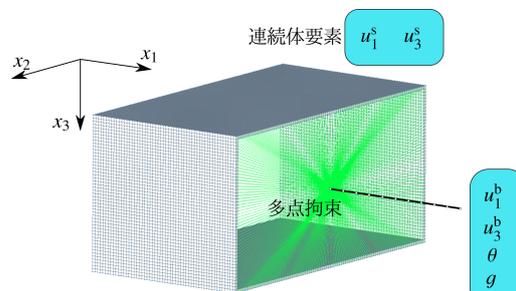


図-2 要素の節点自由度

である。

本研究では断面変形を考慮した梁要素と連続体要素の接続手法として多点拘束法を用いた。具体的には、 $x_1 = \bar{x}_1$ の位置で接合するために、連続体要素の接続断面の各節点の x_1 方向変位 u_1^c 、 x_3 方向変位 u_3^c を

$$u_1^c(\bar{x}_1, x_2, x_3) = u_1^b(\bar{x}_1) + x_3\theta(\bar{x}_1) + f(x_2, x_3)g(\bar{x}_1) \quad (2)$$

$$u_3^c(\bar{x}_1, x_2, x_3) = u_3^b(\bar{x}_1) \quad (3)$$

の 2 つの拘束条件式を用いて梁要素の自由度に従属させた。

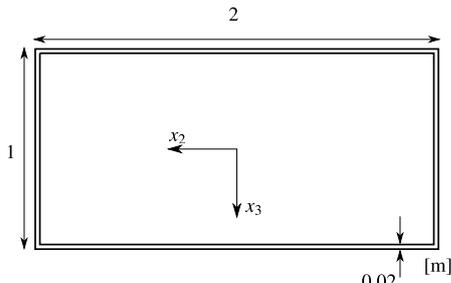


図-3 解析対象の梁の断面図

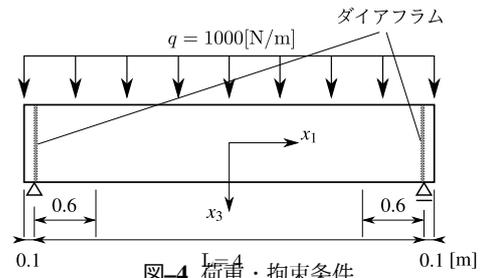


図-4 荷重・拘束条件

3. 箱断面梁による精度検証

解析対象は箱桁とし、断面図を図-3に示す。なお、板厚はフランジ、ウェブ、ダイアフラムすべて20mmとした。図-4に示すように、等分布荷重1000 N/mを受ける単純支持梁を解析する。支間長は $L = 4\text{ m}$ とし、支点部にはダイアフラムを設け、支点はピン支承で下フランジのみ支持した。また、Young率は $2.0 \times 10^{11}\text{ N/m}^2$ 、Poisson比は0とする。解析モデルは支点部から x_1 方向を支間中央部に向かって600 mmまでの部分を連続体要素で作成し、支間中央部は断面変形を考慮した梁要素で作成した。このモデルを本手法と呼ぶこととする。

本手法に加えて、Timoshenko梁要素と連続体要素を拘束条件式を用いて接合したモデル（従来の手法）および断面変形を考慮した梁要素のみを用いたモデル（梁モデル）を作成し、解析結果を比較する。連続体要素のみを用いたモデルの結果を参照解とした。なお、Timoshenko梁のせん断補正係数 κ は梁の断面積を A 、せん断弾性係数を G 、周期境界条件のもとで梁の代表体積要素に $\bar{\gamma}$ のせん断変形を与えた際のせん断力を Q とすると、 $\kappa = \frac{Q}{\bar{\gamma}GA}$ と表される。

従来の手法によるモデルにおいて、 $x_1 = \bar{x}_1$ の位置で接合するために、連続体要素の接続断面の各節点の x_1 方向変位 u_1^s 、 x_3 方向変位 u_3^s を

$$u_1^s(\bar{x}_1, x_3) = u_1^b(\bar{x}_1) + x_3\theta(\bar{x}_1) \quad (4)$$

$$u_3^s(\bar{x}_1, x_3) = u_3^b(\bar{x}_1) \quad (5)$$

の2つの拘束条件式を用いて梁要素の自由度に従属させた。

解析モデルは x_2 - x_3 面で対称であるため、半分の $x_1 \leq 0$ の領域についてのモデルを作成した。連続体要素には8節点6面体アイソパラメトリック要素を用い、要素分割は板厚方向、 x_1 方向ともに20 mmとした。梁要素はすべて x_1 方向に要素長を $l = 100\text{ mm}$ とした。

本手法、従来の手法およびソリッドモデルの接合部における上フランジ部の x_1 方向変位 u_1 の x_2 方向の分布を図-5、 x_1 方向の直応力 σ_{11} の x_2 方向の分布を図-6に示す。また、支間中央における x_3 方向のたわみの参照解との相対誤差は、本手法で-2.5%、従来の手法で-9.5%、梁モデルで-14.2%であった。2つの接合モデルを比較すると、接合部における x_1 方向変位、 x_1 方向

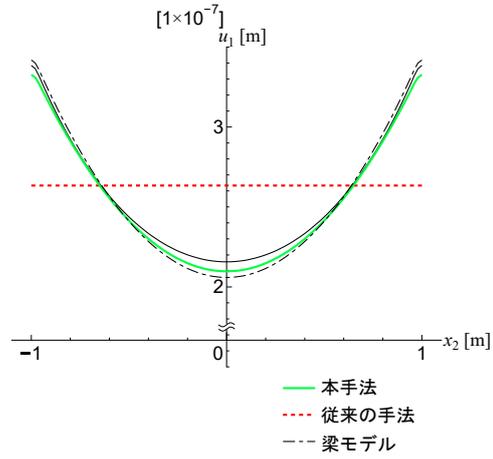


図-5 接合部における上フランジ部の x_1 方向変位

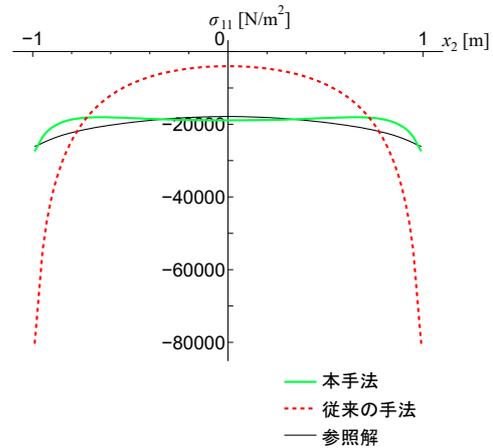


図-6 接合部における上フランジ部の x_1 方向直応力

の直応力および支間中央におけるたわみすべてにおいて、本手法が高精度であった。

参考文献

- 1) 山田貴博, 仲田光秀: Nitsche法に基づくはり要素とソリッド要素の接続手法, 土木学会論文集A2, Vol.71, No.2, pp.319-326, 2015.
- 2) 斉木功, 西井大樹, 山本剛大: 任意断面のせん断遅れを考慮できる梁要素, 日本計算工学会論文集, Vol.2018, No.20180013, 2018.
- 3) 鄭勲: せん断に伴う断面変形を考慮した梁理論の一般化に関する検討, 東北大学大学院工学研究科修士論文, 2019.

(2019年2月5日提出)