

非均質断面梁のせん断剛性評価に用いる断面回転に関する考察

On the cross section of rotation for evaluation of the shear stiffness of beams with heterogeneous cross sections

藤本 竜太*
Ryuta FUJIMOTO

*構造強度学研究室 (指導教員: 斉木 功 准教授)

せん断剛性評価は古典的弾性論を用いた手法から始まり, 近年では有限要素法による数値的研究が行われている. 非均質梁に関しては均質化梁理論を用いることで平均せん断剛性を評価する手法が提案されている. しかし, この手法ではウェブに対する低剛性材料の比率が大きな断面を用いるとせん断剛性評価の精度は低くなることがわかった. そこで, 本研究ではせん断剛性を評価する際の断面回転について考察し, 任意の非均質断面梁においても適切なせん断剛性を評価できる断面回転を提案した.

Key Words: periodic boundary condition, shear stiffness, hogenization method, Timoshenko beam

1. はじめに

比較的単純な構造部材のせん断剛性評価に関する研究は数多くされている. 例えば Cowper¹⁾は古典的弾性論を用い, 代表的な形状断面に対するせん断補正係数を求めている. 近年では, せん断剛性の評価に有限要素法を用いた手法も提案されている. 例えば Gruttmann and Wagner²⁾は任意形状断面に対するせん断補正係数の数値的研究を行っている. 非均質梁に関しては, 均質化法で定義される代表体積要素に剛体回転拘束を組み込むことで, せん断剛性を数値的に評価する方法が提案された³⁾. この方法を用いれば非均質断面梁もせん断遅れを拘束することでせん断剛性を正確に評価できると報告されている⁴⁾. しかし, 文献⁴⁾の方法ではウェブあるいはコア材に剛性の低い材料が多く占める断面を有する梁のせん断剛性の精度が低下することがわかった. これは剛性の小さい材料の変形が大きくなることで, 実質的にせん断力を受け持つ剛性の大きな材料が剛体的に回転してしまうためと考えられる. そこで, 本論文ではせん断剛性評価に対する断面回転の影響を考察し, 非均質断面梁のせん断剛性をより高精度に評価できる断面回転を提案する.

2. 断面の回転とその拘束

図-1に示す x_1 方向に長さ r_1 の周期性を有する単位構造を代表体積要素とする. 周期境界条件によるせん断変形は独立断面ⁱ Γ 上の節点 i と従属断面^d Γ 上の節点 d のペアに対して面外せん断ひずみ $\tilde{\gamma}$ を用いて

$$\Delta \mathbf{u} = \mathbf{u}^d - \mathbf{u}^i = \left\{ 0 \quad 0 \quad \tilde{\gamma} r_1 \right\}^T \quad (1)$$

という相対変位によって与えられる. しかし相対変位のみを与えた場合, 代表体積要素は変形せず剛体回転するため, その拘束が必要となる. 文献⁴⁾では断面の x_2 軸周

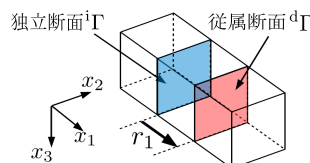


図-1 代表体積要素

りの回転角 θ_2 を断面上の変位から回帰される最小二乗近似直線の傾きと定義して, 残差

$$R_1 = \int_{\Gamma} (u_1 - \theta_2 x_3 - b_2)^2 dS \quad (2)$$

を最小にする θ_2 を断面の x_2 軸周りの回転としていた. ここで, u_1 は断面の x_1 方向変位, b_2 は断面の x_2 切片である. しかし, 非均質断面では材料の剛性によってせん断剛性に対する寄与度が異なる. そこで, 本研究ではそのことを力学的に考慮するために, 材料の Young 率 E を考慮した残差

$$R_2 = \int_{\Gamma} E (u_1 - \theta_2 x_3 - b_2)^2 dS \quad (3)$$

を最小にする θ_2 を x_2 軸周りの断面の回転とした. 軸力がゼロとなる断面の中立軸を原点と定め, (EI) を合成断面の曲げ剛性とする, 断面の回転角は

$$\theta_2 = \frac{1}{(EI)} \int_{\Gamma} E u_1 x_3 dS \quad (4)$$

と定義できる. 曲げ剛性はゼロでないことから剛体回転の拘束条件式は

$$\int_{\Omega} E u_1 x_3 dV = 0 \quad (5)$$

と表される. ここで, Ω は代表体積要素の占める領域である.

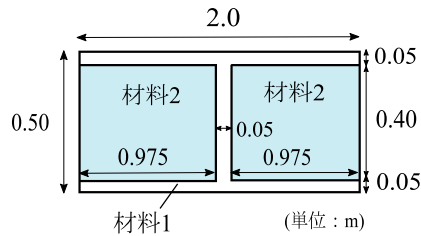


図-2 断面形状

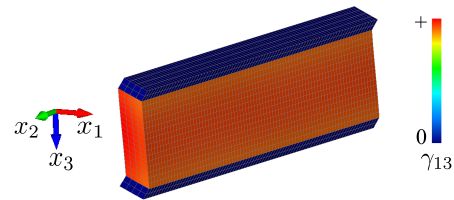


図-5 せん断変形 (SOLID)

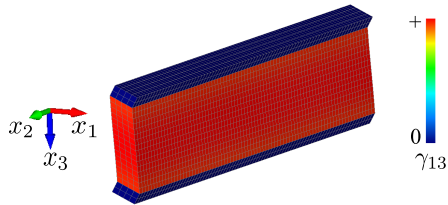


図-3 せん断変形 (本提案)

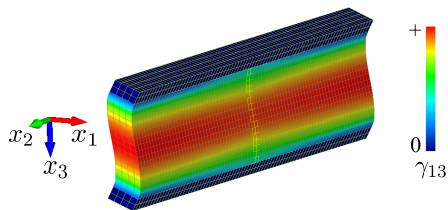


図-4 せん断変形 (文献4)

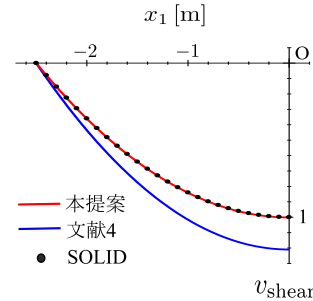


図-6 面外せん断変形によるたわみ

表-1 面外せん断変形によるたわみと相対差

	本提案	文献4	SOLID
v_{shear}	1.001	1.209	1.000
相対差	0.00127	0.209	-

3. 非均質断面梁のせん断剛性評価

図-2に示す非均質断面をもつ長さ5.0mの梁が単純支持されて鉛直下向きの等分布荷重1.0N/mmを受けるモデルを解析する。材料2の剛性は材料1の 10^{-3} 倍とした。ここで、支間中央を原点とする軸方向座標 x_1 を定義する。断面高さの幅に対する比を $\frac{1}{4}$ とすることで、材料1のウェブに対する材料2の比率を大きくして、断面変形がより顕著になることを目論んだ。

代表体積要素に一樣せん断変形を与えたとき、その反力がせん断剛性となる³⁾。本提案では式(5)の剛体回転拘束条件を用い、文献⁴⁾の報告に倣いせん断遅れを拘束してせん断剛性を求めた。本提案に加えて、式(2)による剛体回転の拘束条件を用いて求めたせん断剛性⁴⁾(以後文献4と記す)のそれぞれをTimoshenko梁理論に適用し、せん断変形によるたわみ v_{shear} を比較する。各手法の代表体積要素の一樣せん断変形の様子をそれぞれ図-3, 4に示す。このモデルに関して参照可能な理論解が存在しないため、ソリッド要素を用いて得られた数値解と比較する。 x_1 - x_2 面のせん断弾性係数を大きくすることでせん断遅れを拘束し、曲げ変形によるたわみを差し引くことでせん断変形のみなたわみを算出した。これを以後SOLIDと記す。支点からスパン $\frac{1}{5}$ におけるSOLIDのせん断変形の様子を図-5に示す。中立軸のたわみを計測することでSOLIDの v_{shear} を求めた。本提案、文献4およびSOLIDのそれぞれの v_{shear} はSOLIDの最大たわみで無次元化して表している。

軸方向位置(x_1)と v_{shear} の関係を図-6に示す。この図

から本提案のたわみがSOLIDのたわみと同様の結果を示すことがわかる。そこで、各手法のSOLIDに対する最大たわみと各手法のSOLIDに対する最大たわみの相対差を表-1にまとめた。SOLIDに対する本提案と文献4におけるたわみの相対差はそれぞれ21%, 0.13%である。また、図-3, 4, 5から、文献4と比べて本提案による代表体積要素のせん断変形はSOLIDのせん断変形の様子と近いことがわかる。このことが、本提案が文献4より高精度なせん断剛性を評価できた理由であると考えられる。

以上より、非均質断面の梁で周期境界条件を用いてせん断剛性を評価する際、断面の回転に材料の剛性を考慮することで正確な面外せん断剛性を評価できることがわかった。

参考文献

- 1) Cowper, G. R.: The shear coefficient in Timoshenko's beam theory, *J. Appl. Mech.*, ASCE, Vol.33, pp.335-340, 1966.
- 2) Gruttmann, F. and Wagner, W.: Shear correction factors in Timoshenko's beam theory for arbitrary cross-sections, *Comp. Mech.*, Vol.27, pp.199-207, 2001.
- 3) 齊木功, 鎌一彰, 山田真幸, 瀬戸川敦, 岩熊哲夫: 非均質Timoshenko梁の平均物性評価, 土木学会論文集A2, Vol.68, pp.I.161-I.169, 2012.
- 4) 齊木功, 新井晃朋, 山本剛大, 岩熊哲夫: 非均質断面梁のせん断剛性評価に関する一考察, 土木学会論文集A2, Vol.73, pp.I.23-I.31, 2017.

(2018年2月6日提出)