

# せん断抵抗特性の違いからみた 亜弾性に用いる応力速度の選択

構造強度学研究室

藤本 真明

2016年2月17日

# 代表的な応力速度と本研究の目的

亜弾性構成則  $\dot{\sigma}^* = C : d$

よく使われる客観的な応力速度  $\dot{\sigma}^*$  は **Cauchy応力のJaumann速度**  $\overset{\nabla}{\sigma}$

特徴1：非保存的 → 用いるスピンについて多くの研究

特徴2：大きなせん断変形で振動応答

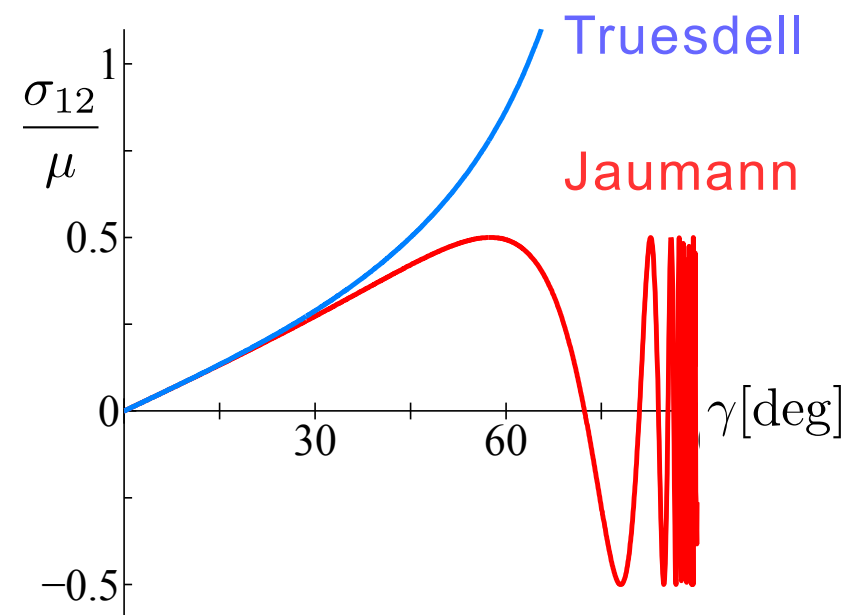
これに対して **Truesdell応力速度**  $\overset{\vee}{\sigma}$  は

$$\overset{\vee}{\sigma}_{ij} = \overset{\nabla}{\sigma}_{ij} + (d_{ik}\sigma_{kj} + d_{jk}\sigma_{ki}) + \sigma_{ij}d_{kk}$$

特徴1：非保存的

特徴2：変形した座標で定義されている

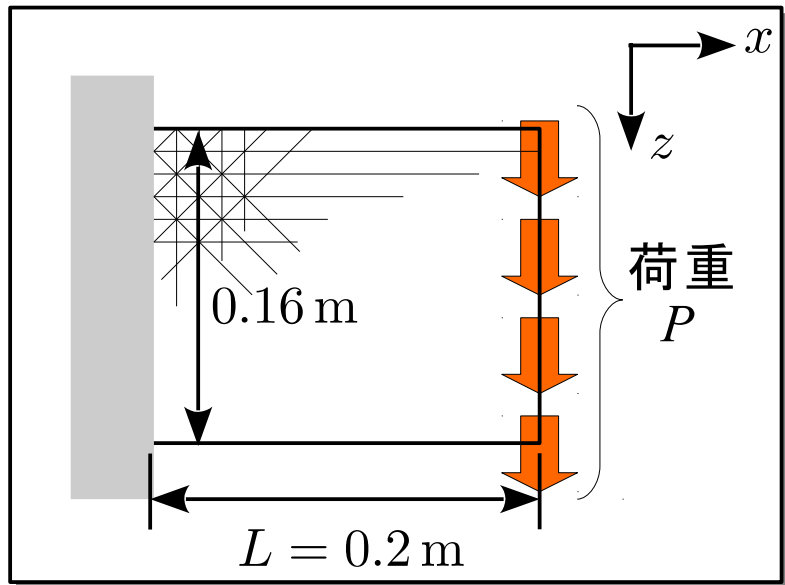
特徴3：剛性行列が対称



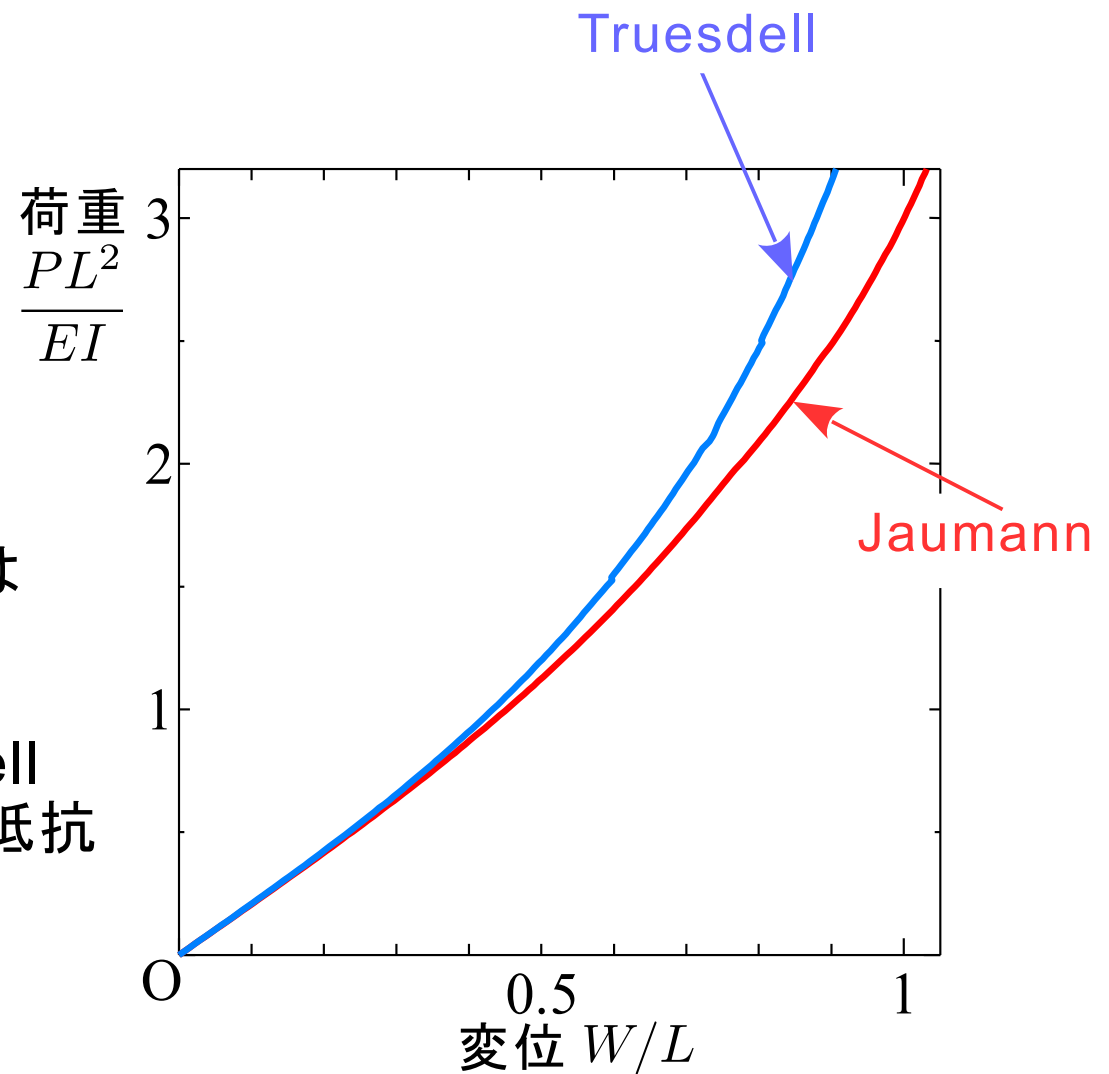
## 研究の目的

比較的小さいせん断変形状態での特徴の比較

# 極端に短い片持ち梁



四面体有限要素(15360要素)



- せん断変形が小さい状態では2つともほぼ同じ抵抗を示す
- 大きい変形状態ではTruesdell応力速度とJaumann速度の抵抗特性が明らかに異なる

# 極端に短い片持ち梁

## Timoshenko梁理論

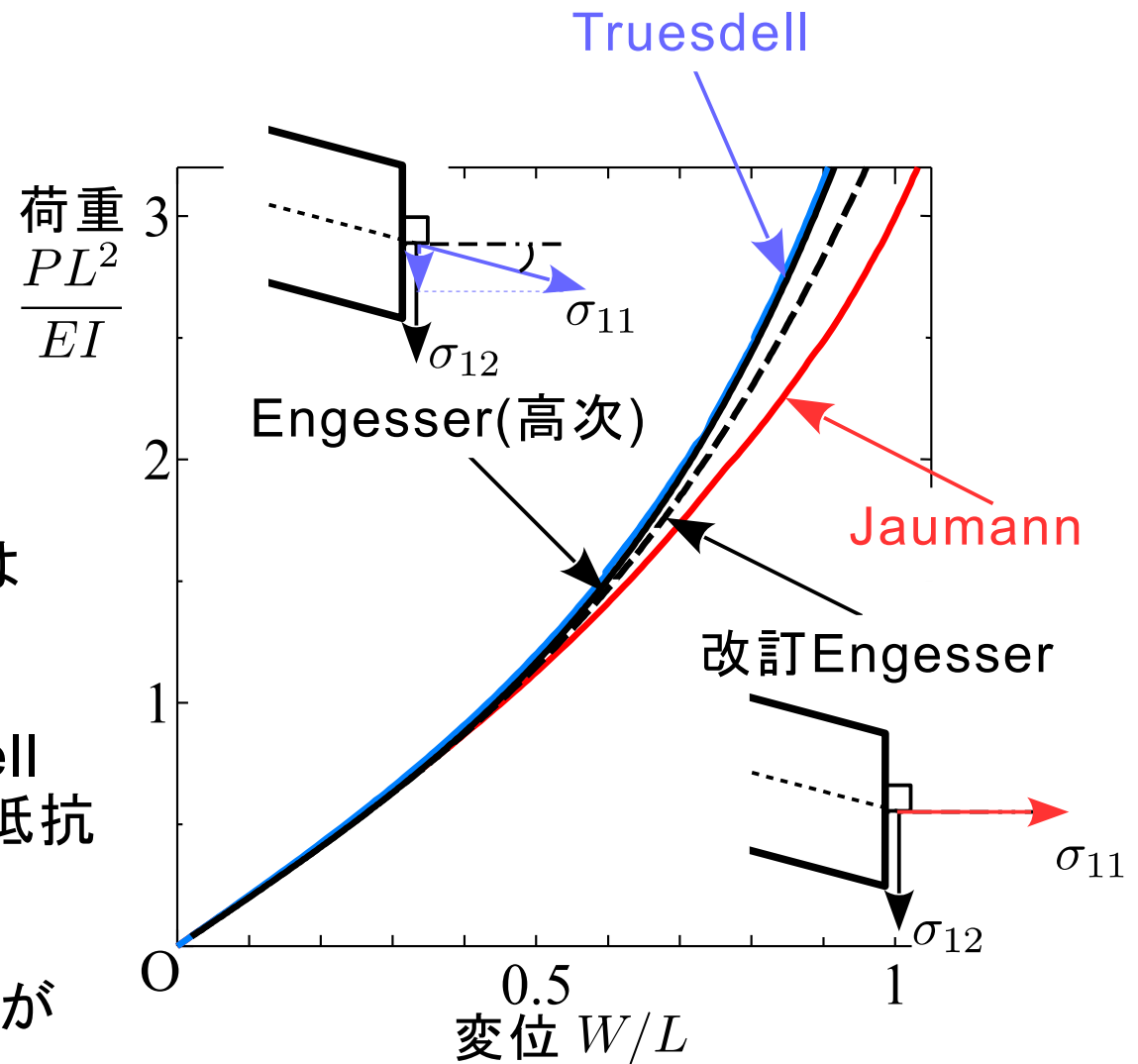
- Engesser(高次)

$$V = GA\gamma + N\gamma$$

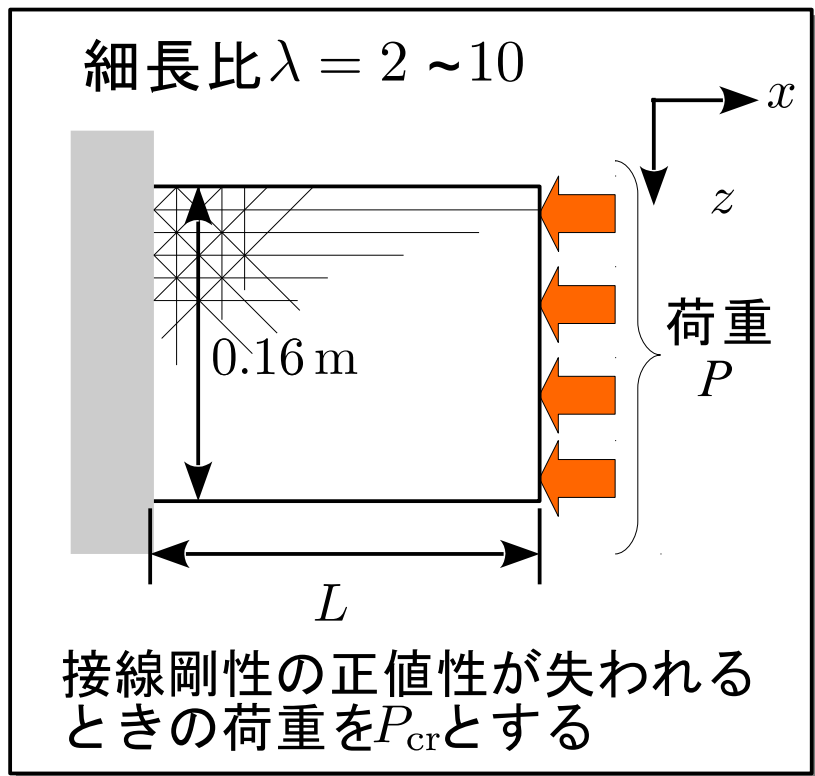
- 改訂Engesser公式

$$V = GA\gamma$$

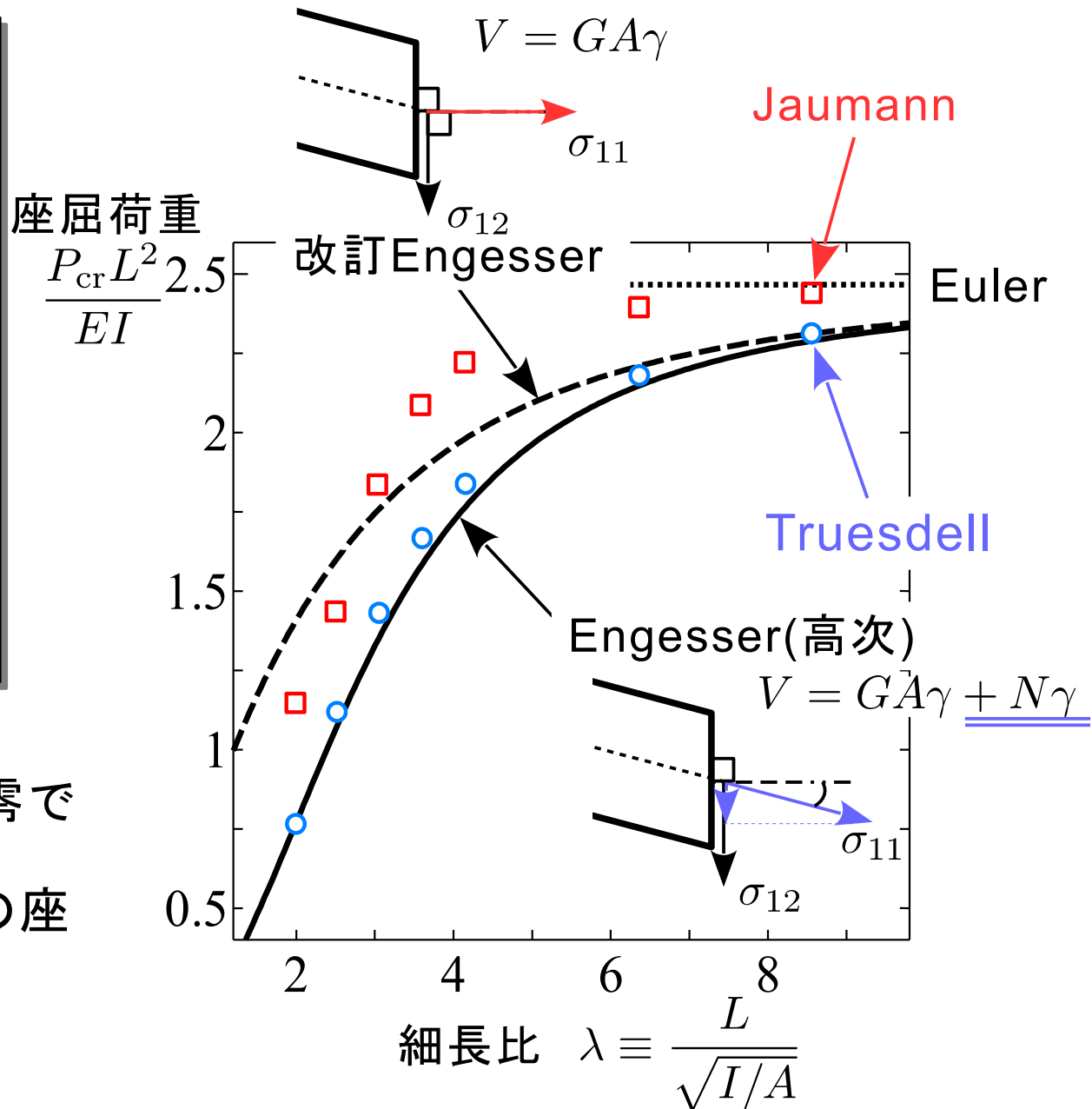
- せん断変形が小さい状態では2つともほぼ同じ抵抗を示す
- 大きい変形状態ではTruesdell応力速度とJaumann速度の抵抗特性が明らかに異なる
- 2種類の応力速度による結果がTimoshenko梁理論の2つの公式の結果に分類できる



# まっすぐの柱の座屈荷重



座屈直前はせん断変形は零であるが、Jaumann速度とTruesdell応力速度が2つの座屈公式に分類される



## Cauchy応力のJaumann速度

- ・ せん断変形を拘束している可能性
- ・ 例えば金属単結晶のような材料には適している

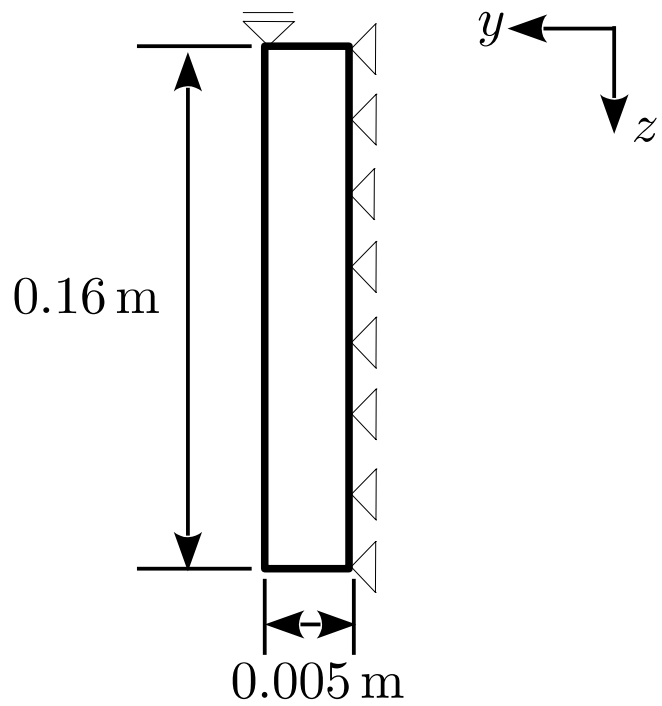
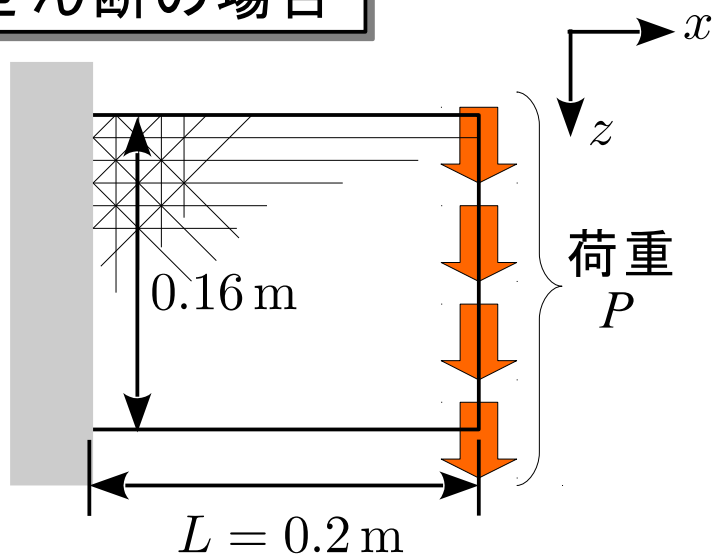
## Truesdell応力速度

- ・ 細長比に関わらず  
せん断変形の高次の影響をよく考慮できる
- ・ 多種の材料に用いることができる

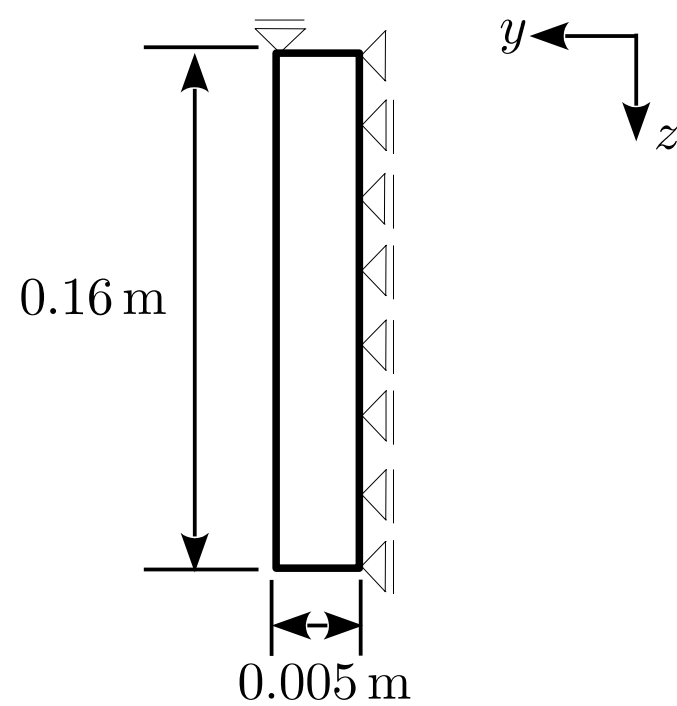
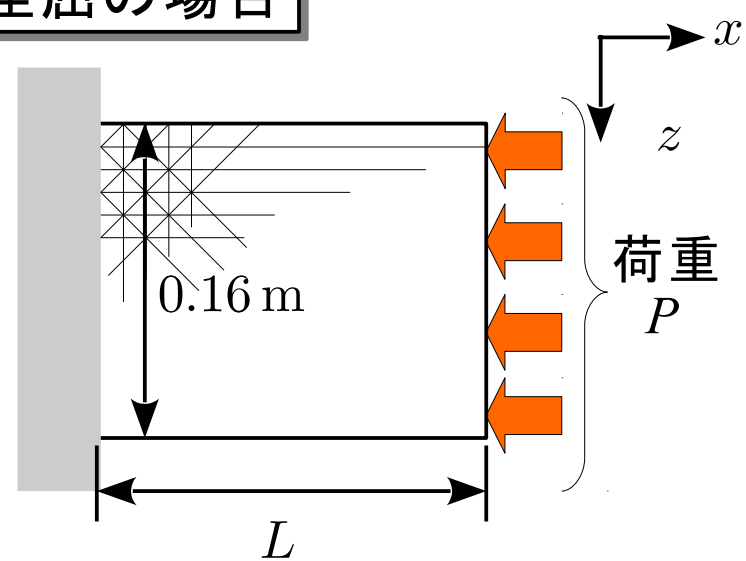
比較的小さいせん断変形状態でも  
用いる応力速度の選択には注意が必要

# 拘束条件

せん断の場合

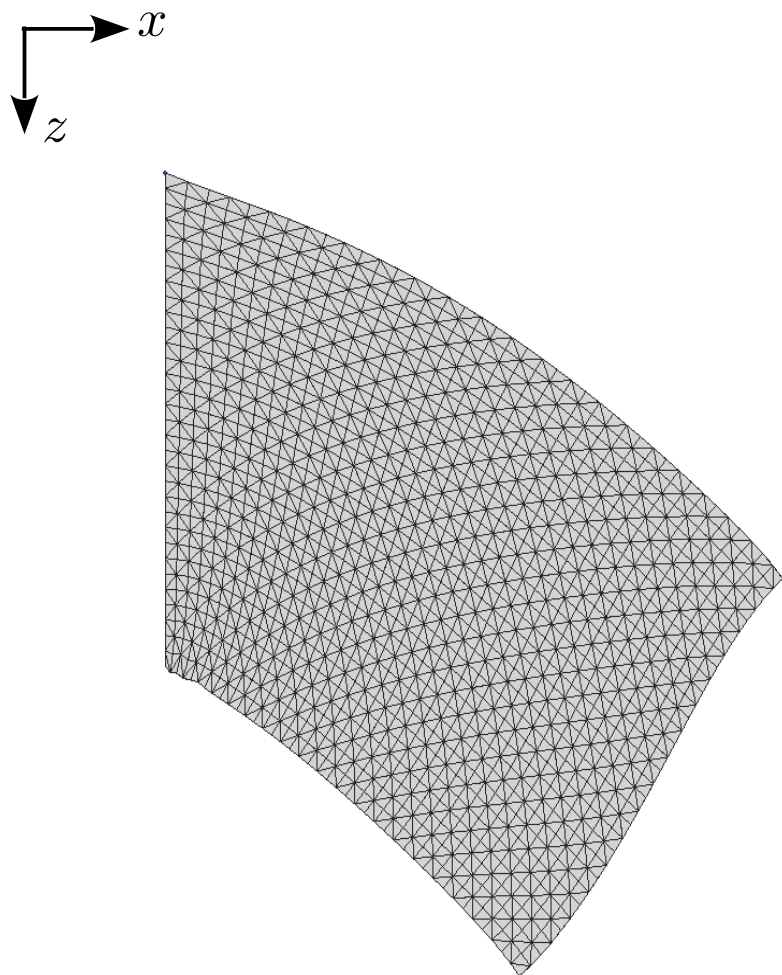


座屈の場合

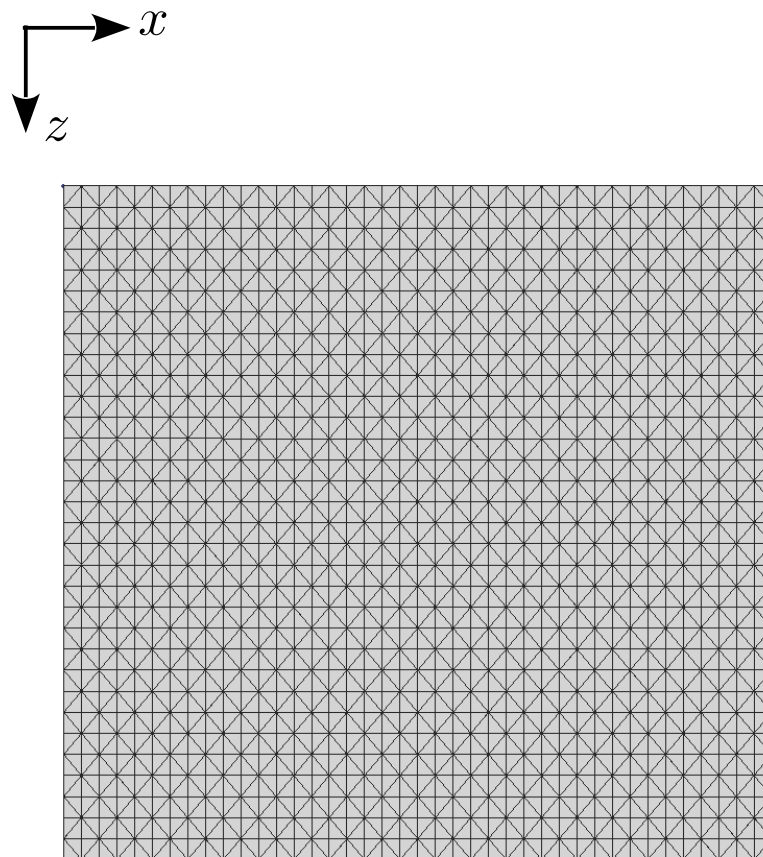


# 変形の様子

せん断の場合



座屈の場合





# 座屈荷重の判断方法

接線剛性行列が

- ・ **Truesdell応力速度**の場合は対称  
→特異になるとき座屈
- ・ **Cauchy応力のJaumann速度**の場合は非対称  
→接線剛性行列をLU分解した後の対角項が零をまたぐとき座屈

この方法で判断した座屈荷重が，初期不整のある柱の座屈荷重と一致した。

