

周期境界条件を用いた せん断遅れの半解析的手法に関する 基礎的検討

西井 大樹
構造強度学研究室

2015年 2月18日

研究背景

1/7

せん断遅れ

- 曲げせん断で発生
→ 梁のせん断による影響
- Reissnerによる解析的手法
→ 多主桁橋等では適用困難

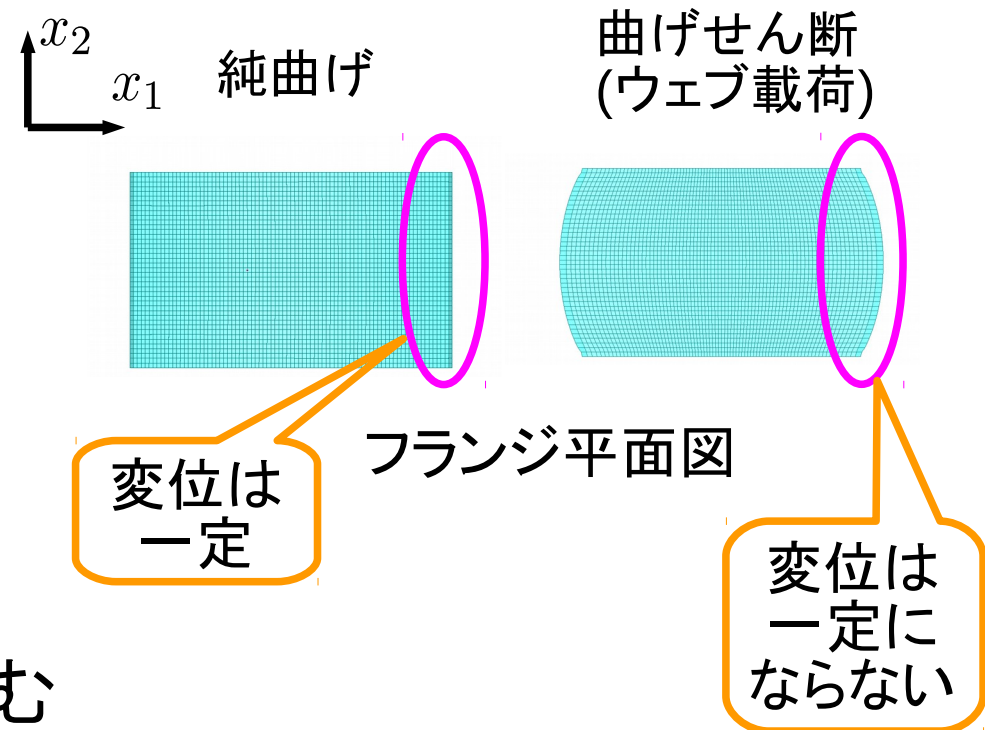
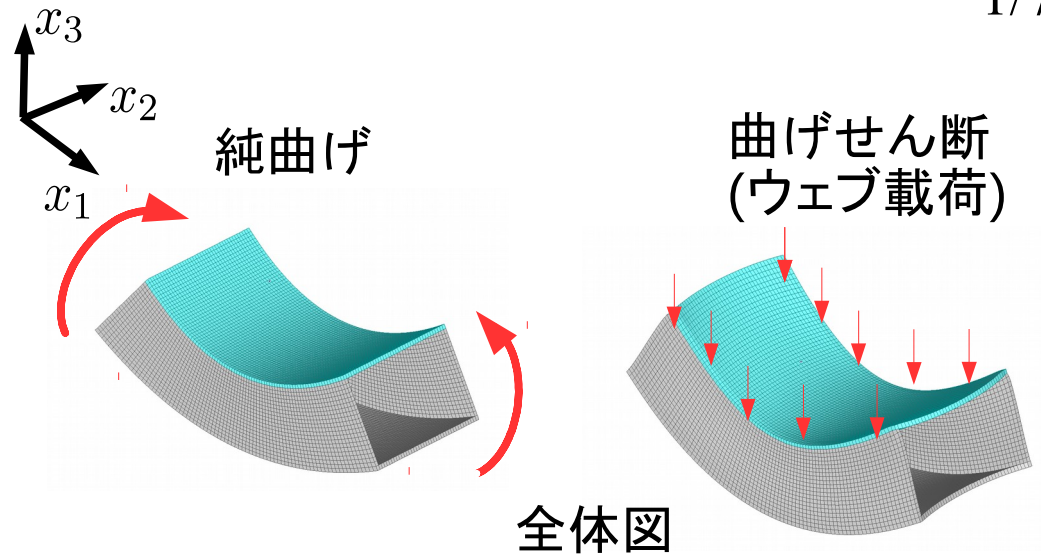
均質化梁理論

- 曲げとせん断を独立に与える
→ せん断変形を数值的に解析



本研究

- 数値解を解析的手法に組み込む
→ 任意の形状に適用



せん断遅れによる変位

フランジ橋軸方向変位

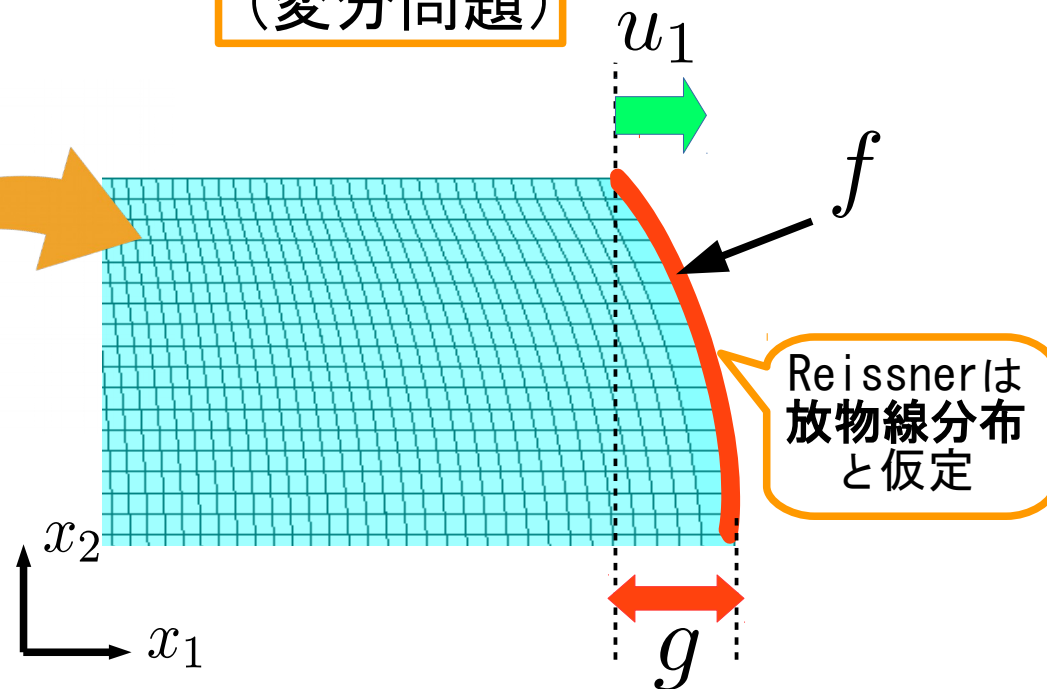
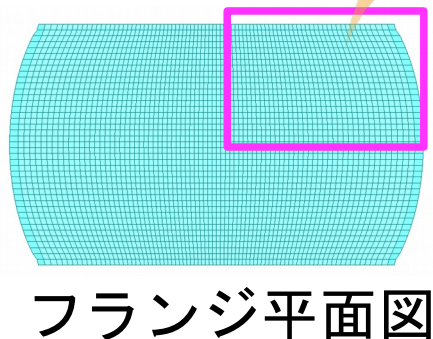
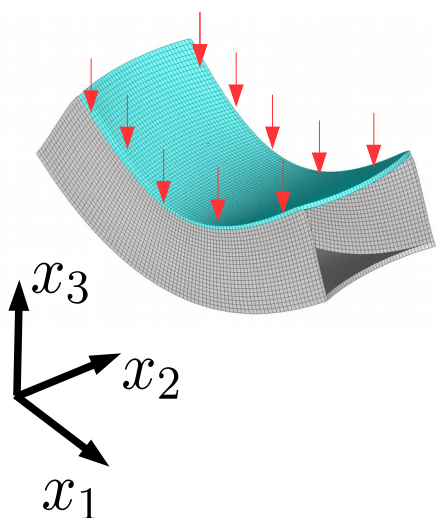
$$u_1 = \text{高さ} \times \left\{ \underbrace{\text{たわみ二階微分}}_{\text{曲げ変形}} + \underbrace{f(x_2, x_3) g(x_1)}_{\text{せん断遅れ}} \right\}$$

$f(x_2, x_3)$: 変位分布

$g(x_1)$: 変位の大きさ

本解析→数値解析
Reissner→二次関数と仮定

未知関数
(変分問題)



せん断遅れを考慮した梁の変分問題

3/7

全ポテンシャルエネルギー
= (ひずみエネルギー) - (外力ポテンシャルエネルギー)

フランジのひずみ

軸ひずみ

せん断ひずみ

f : 変位分布
 g : 変位の大きさ

フランジ
橋軸方向変位

$$u_1 = \text{高さ} \times \{ \text{たわみ二階微分} + f(x_2, x_3)g(x_1) \}$$

- f が既知ならば全ポテンシャルエネルギーは二つの変数(たわみ, g)で表される
- 変分問題(最小ポテンシャルエネルギー原理)から, 二つの微分方程式が得られる

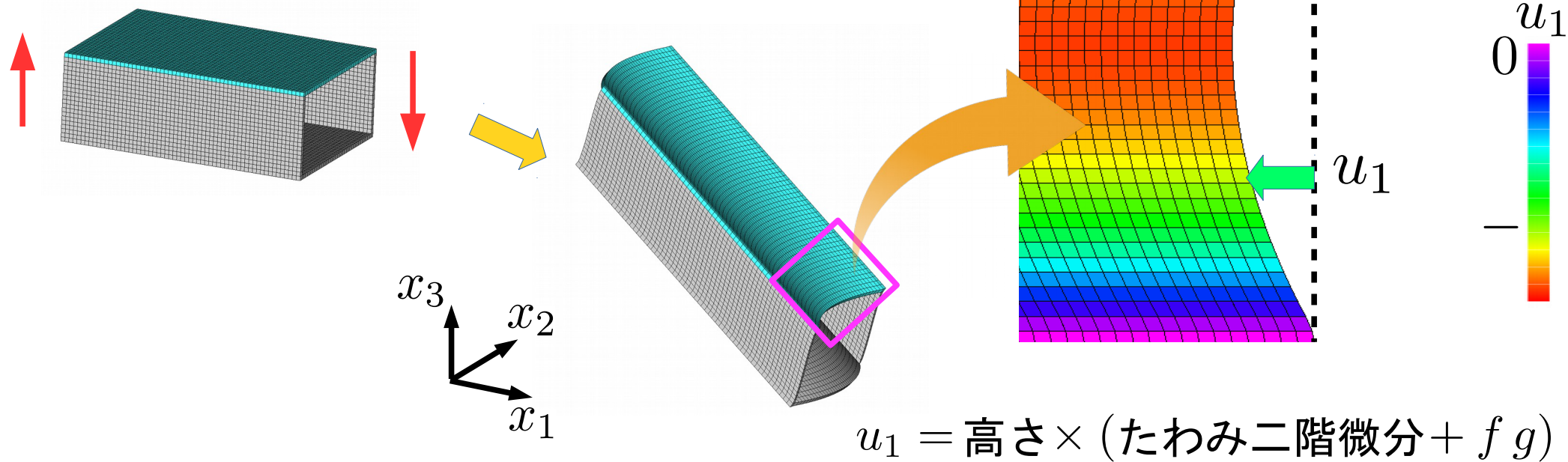


f が決まれば, たわみを定式化できる

均質化梁理論の適用

4/7

有限要素モデルに周期境界条件で
せん断変形を与える



変位の数値解から f を求め、微分方程式に代入

せん断遅れを考慮した解析

精度の検証

解析対象

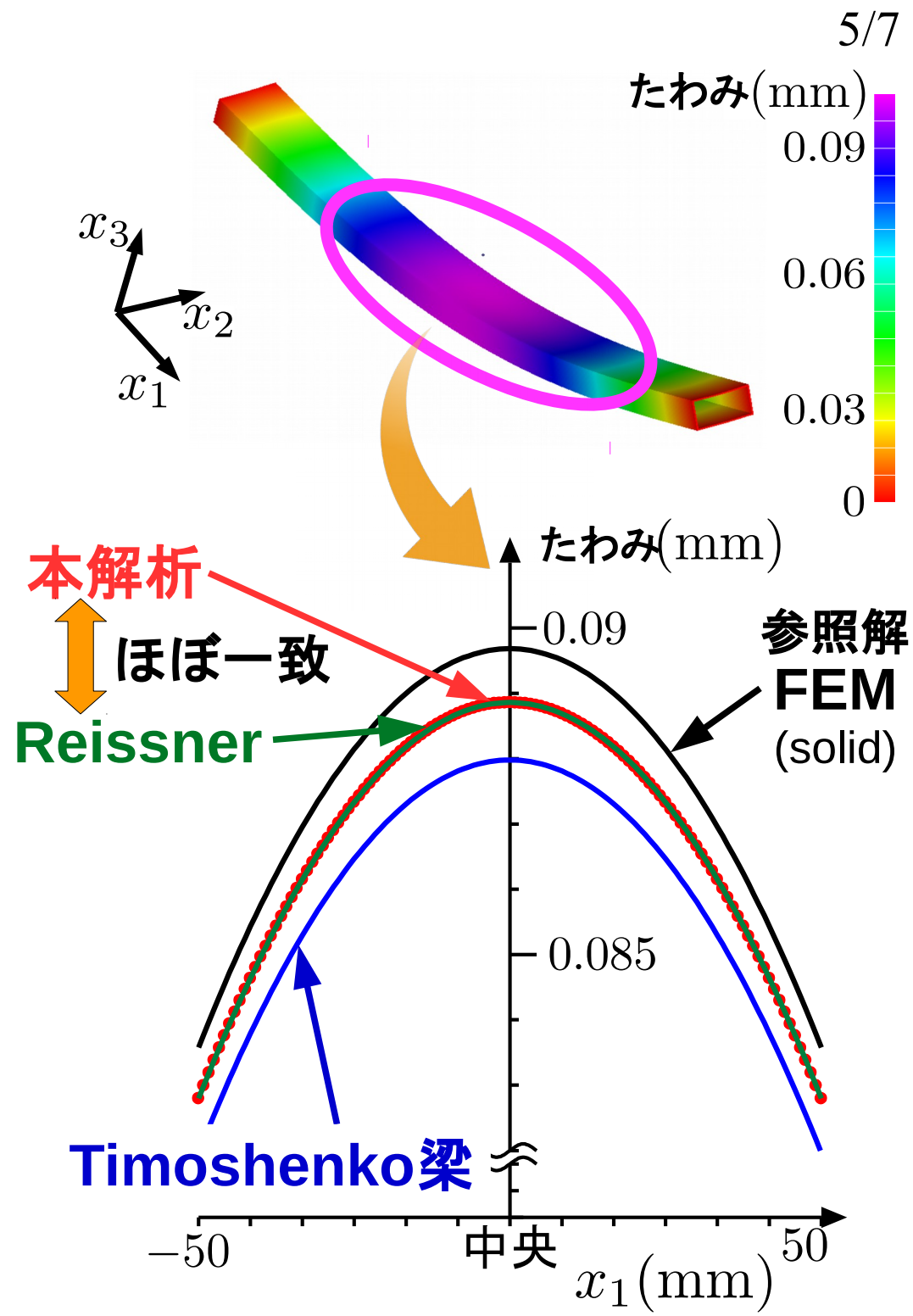
- 箱型断面の梁を単純支持し、等分布荷重を与える
- たわみでせん断遅れを比較

結果

- Timoshenko梁よりも高精度
- Reissnerの手法とほぼ同じ結果



本解析の妥当性を確認



現実的なモデル

解析対象

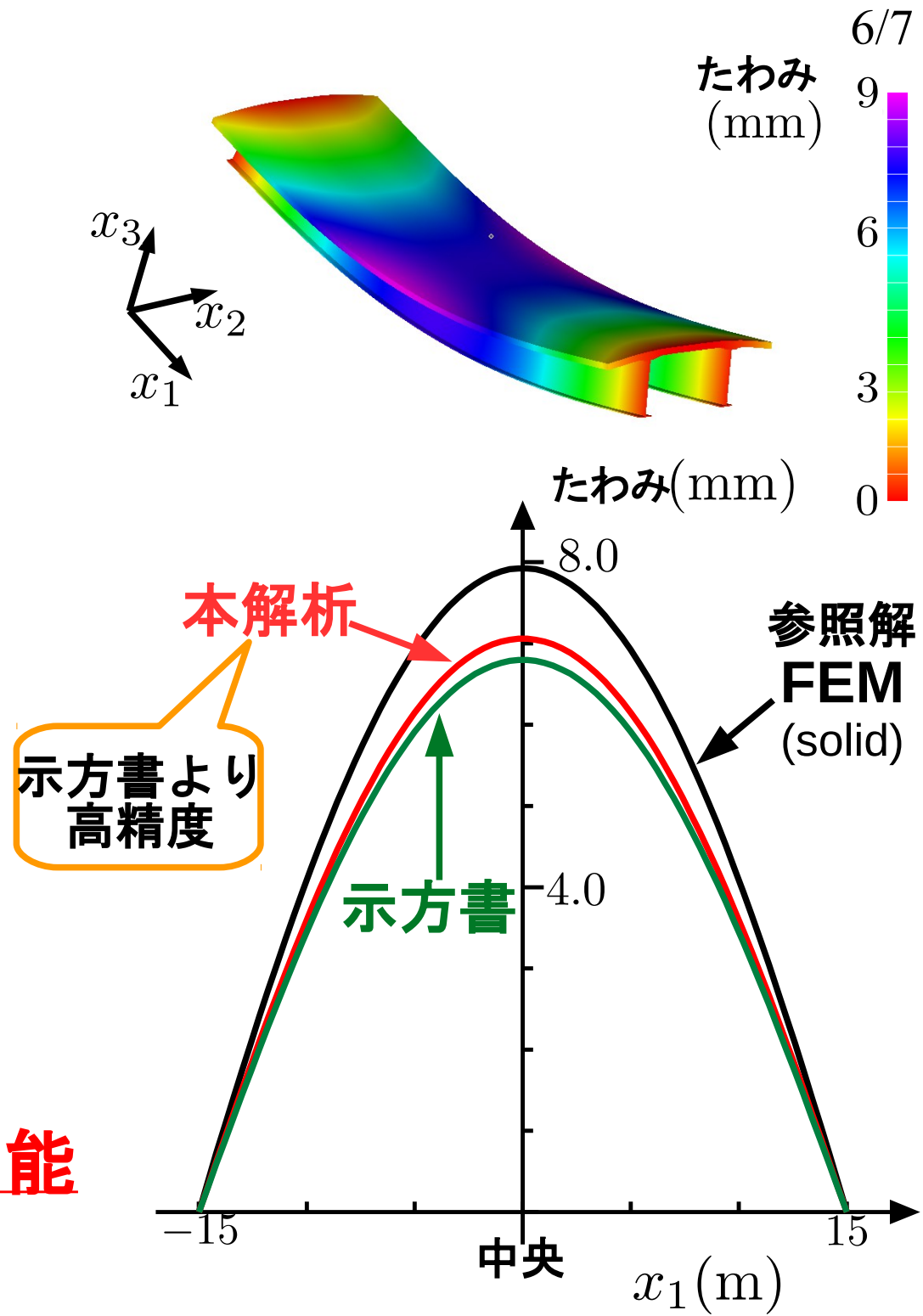
- 少数主桁, 1径間
鋼コンクリート合成桁橋
- 変位分布は仮定が困難

結果

- 複雑なモデルでもたわみを求められた
- 有効幅 (道路橋示方書) よりも高精度



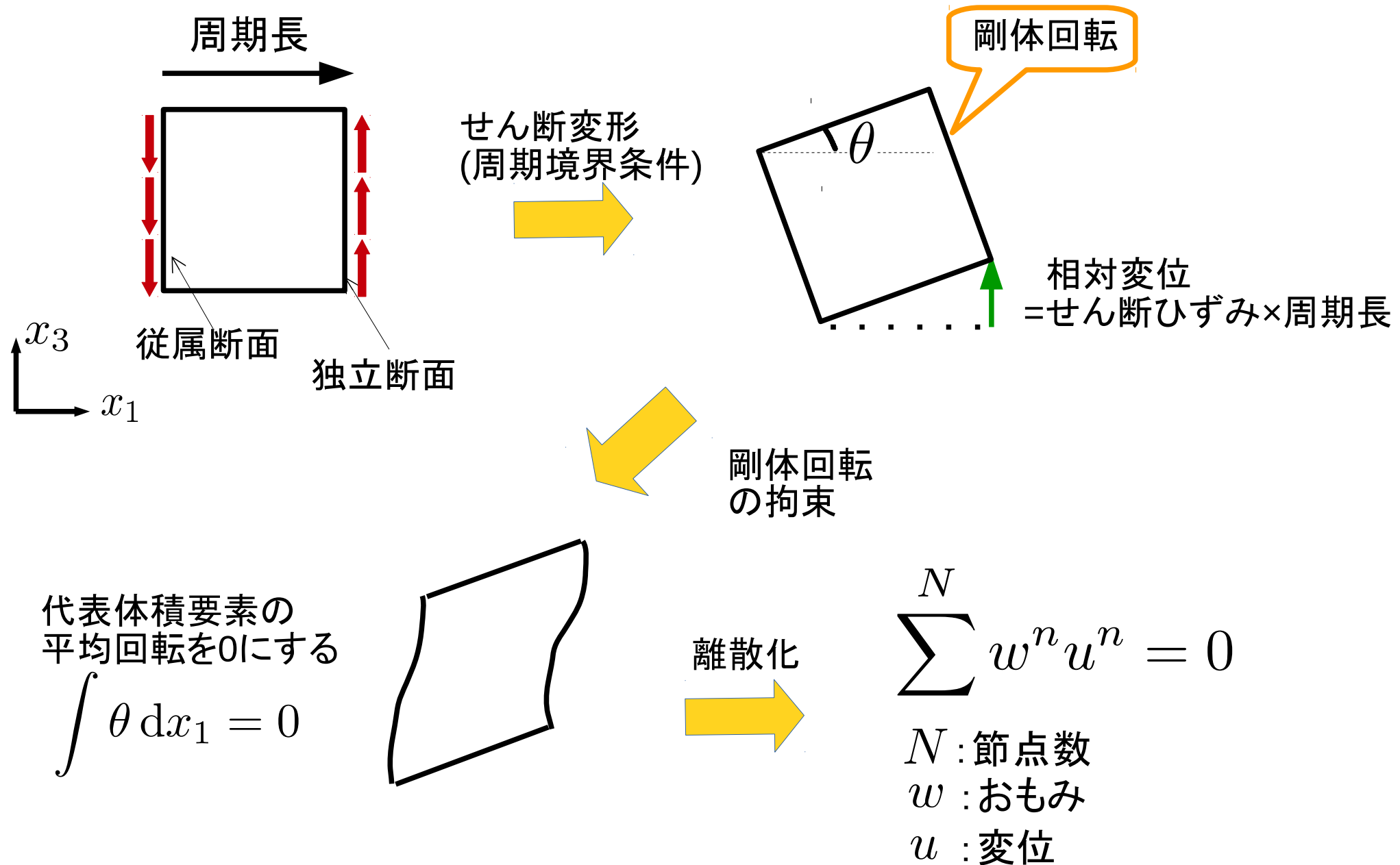
実際の橋梁にも適用可能



- **均質化梁理論**を**解析的手法**に組み込み、せん断遅れの影響を**半解析的**に求めた.
- 簡単なモデルで従来の**解析的手法**と比較し、**同程度**の精度が得られた.
- 現実的なモデルでは、道路橋示方書の**有効幅**を用いるよりも**高精度**に解析できた.

周期境界条件

8/7



$$z: \text{たわみ} \quad \phi = \frac{dz^2}{dx_1^2} : \text{曲率}$$

$$n = \frac{EI \int_{S_f} h^2 E f^2 dA}{EI \int_{S_f} h^2 E f^2 dA - \left(\int_{S_f} h^2 E f dA \right)^2} \quad k = \sqrt{\frac{n \int_{S_f} h^2 G \left(\frac{df}{dx_2} \right)^2 dA}{\int_{S_f} h^2 E f^2 dA}}$$

変分問題の解

$$\phi - \frac{1}{k^2} \frac{d^2 \phi}{dx_1^2} = -\frac{1}{EI} M + \frac{n}{k^2} \frac{1}{EI} \frac{d^2 M}{dx_1^2}$$

$k \rightarrow \infty$ で
初等梁理論

単純支持・等分布荷重の支配方程式

$$z = \frac{q}{EI} \left\{ \frac{n-1}{k^4 (e^{k\ell/2} + e^{-k\ell/2})} (e^{kx_1} + e^{-kx_1}) + \frac{1}{24} x_1^4 \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{n}{k^2} - \frac{\ell^2}{8} \right) x_1^2 + \frac{5\ell^4}{384} + \frac{n-1}{k^2} \left(\frac{\ell^2}{8} - \frac{1}{k^2} \right) \right\}$$

箱型断面梁最大たわみ

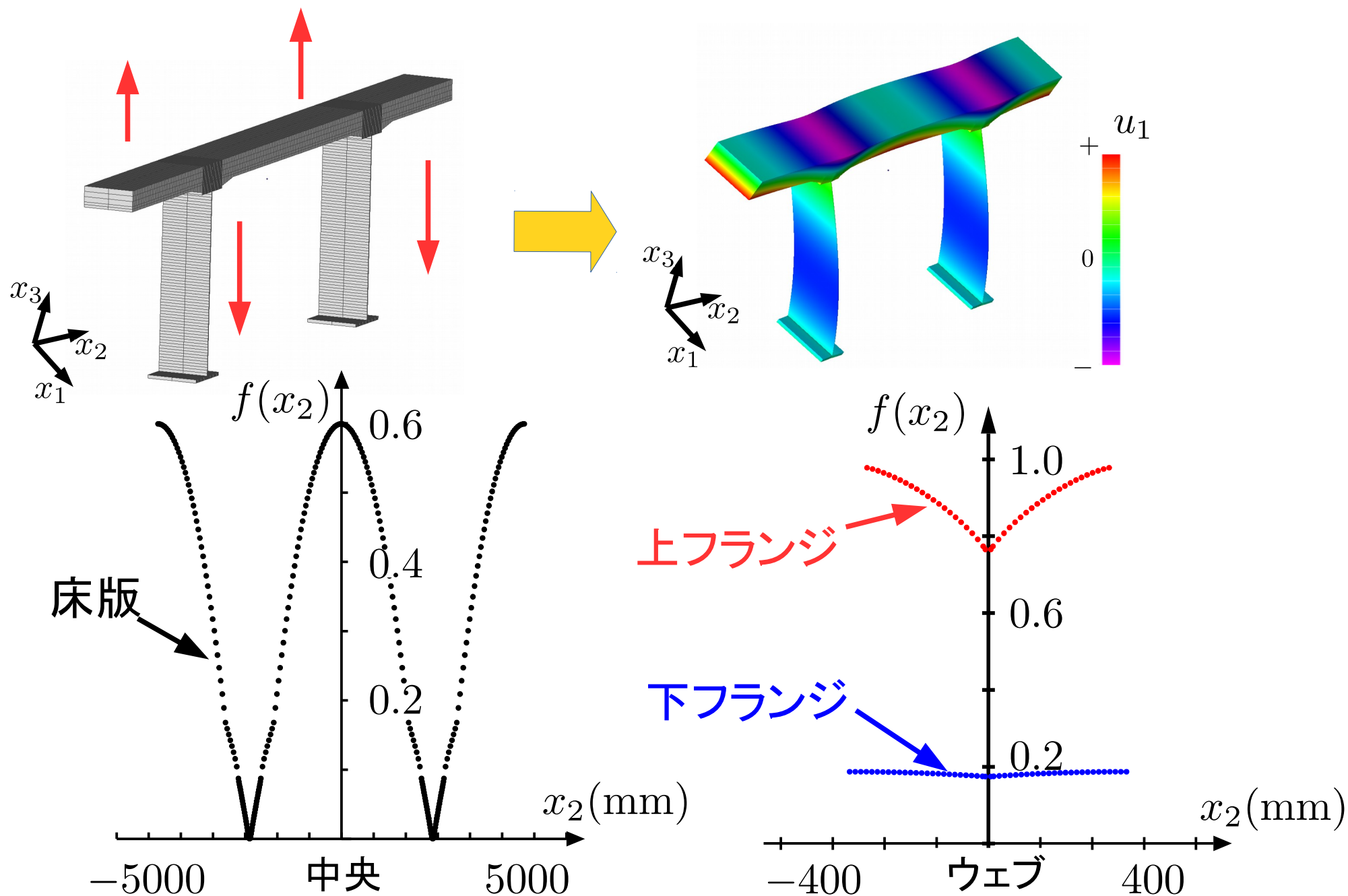
幅 (mm)	最大たわみ ($\times 10^{-2}$ mm)			
	本解析	Reissner	Timoshenko	FEM
10	15.3	15.3	15.3	15.4
20	8.89	8.89	8.80	8.97
40	4.99	4.99	4.78	5.07

支間長 (mm)	最大たわみ (mm)			
	本解析	Reissner	Timoshenko	FEM
100	2.09×10^{-4}	2.09×10^{-4}	1.77×10^{-4}	2.63×10^{-4}
500	8.89×10^{-2}	8.89×10^{-2}	8.80×10^{-2}	8.97×10^{-2}
1000	1.40	1.40	1.40	1.40

Poisson比	($\times 10^{-2}$ mm)				ウェブ厚 (mm)	最大たわみ ($\times 10^{-2}$ mm)			
		Reissner	Timoshenko	FEM		本解析	Reissner	Timoshenko	FEM
0	8.78	8.78	8.71	8.94	0.5	9.78	9.78	9.67	9.95
0.25	8.89	8.89	8.80	8.97	1.0	8.89	8.89	8.80	8.97
0.45	8.84	8.84	8.74	8.99	2.0	7.58	7.58	7.51	7.62

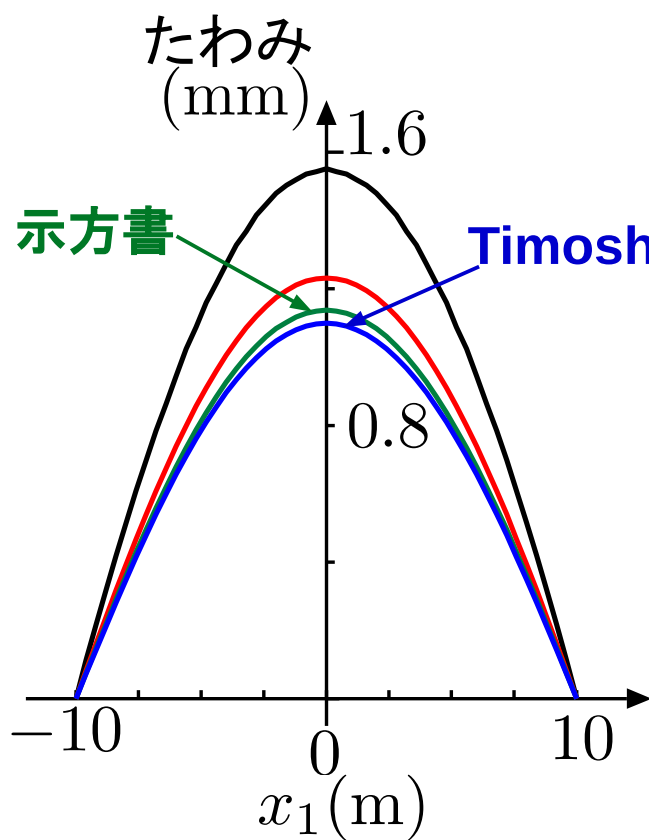
合成桁の橋軸方向変位分布

11/7

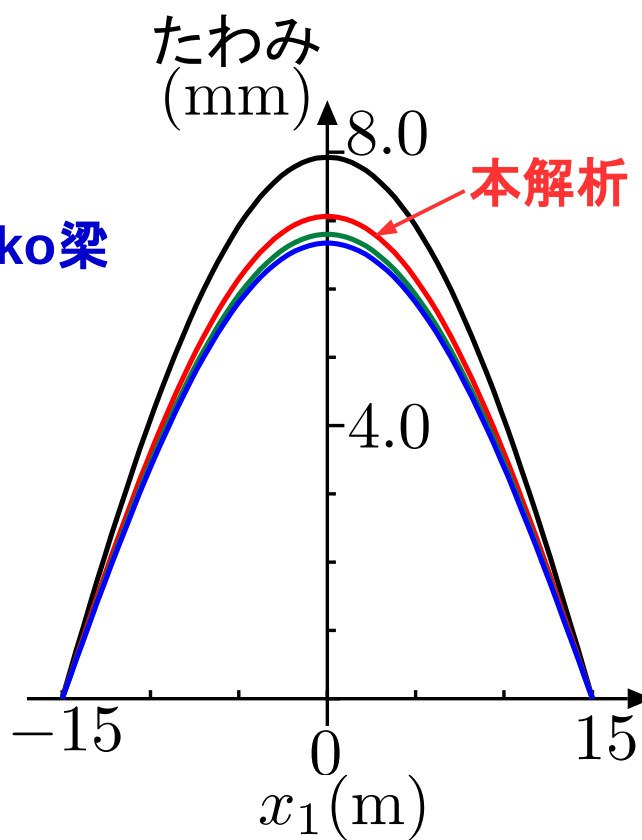


合成桁橋たわみ分布

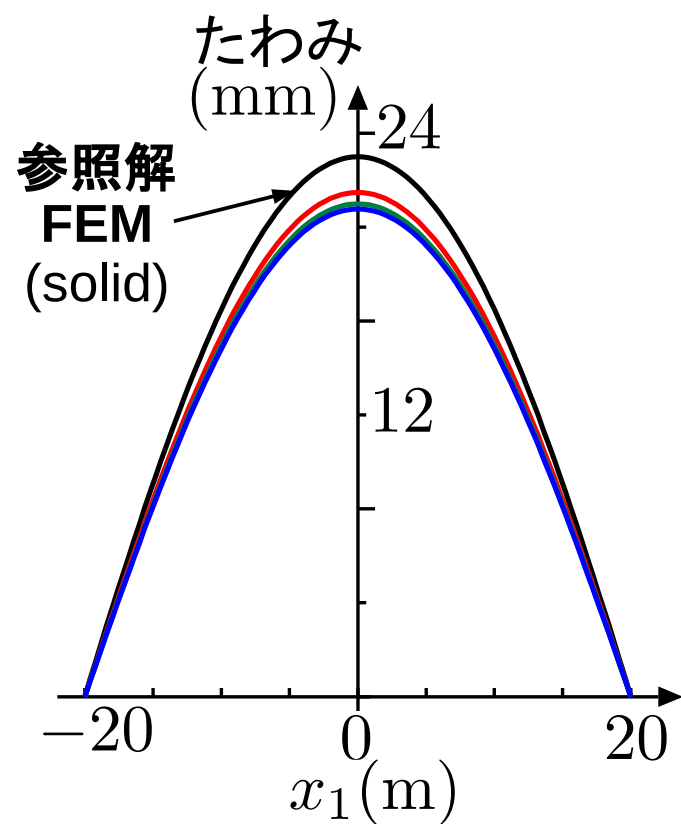
12/7



支間長 20m



支間長 30m



支間長 40m