

複合材料の平均異方弾性の 近似的self-consistent予測

An approximate self-consistent estimate of
anisotropic elasticity of composites

構造強度学研究室

新井 晃朋

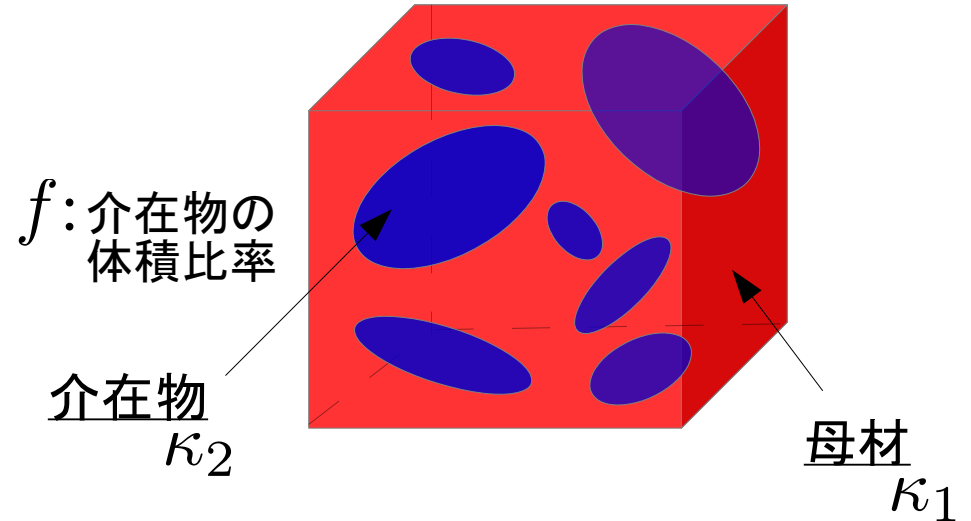
複合材料は優れた材料

複合材料の平均弾性を
解析的に求めたい

Voigt平均・Reuss平均

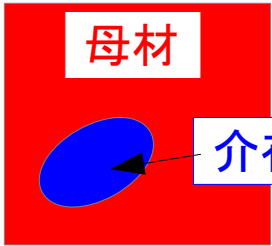
$$\bar{\kappa}_V = (1 - f)\kappa_1 + f\kappa_2$$

$$\bar{\kappa}_R = \left(\frac{1 - f}{\kappa_1} + \frac{f}{\kappa_2} \right)^{-1}$$



- 介在物の向き・形状 → ×
- 介在物の母材への混入による影響 → ×
- 介在物同士の影響 → ×

森・田中平均

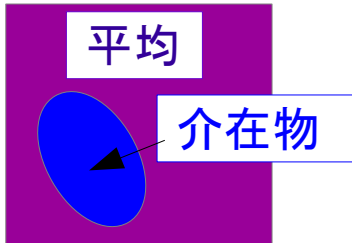


母材内に
1個だけの介在物

介在物が少ないときはもってもらしい

介在物が多いときは？
→ 母材と介在物を入替えた
森・田中平均(逆の森・田中平均)

Hillのself-consistent平均



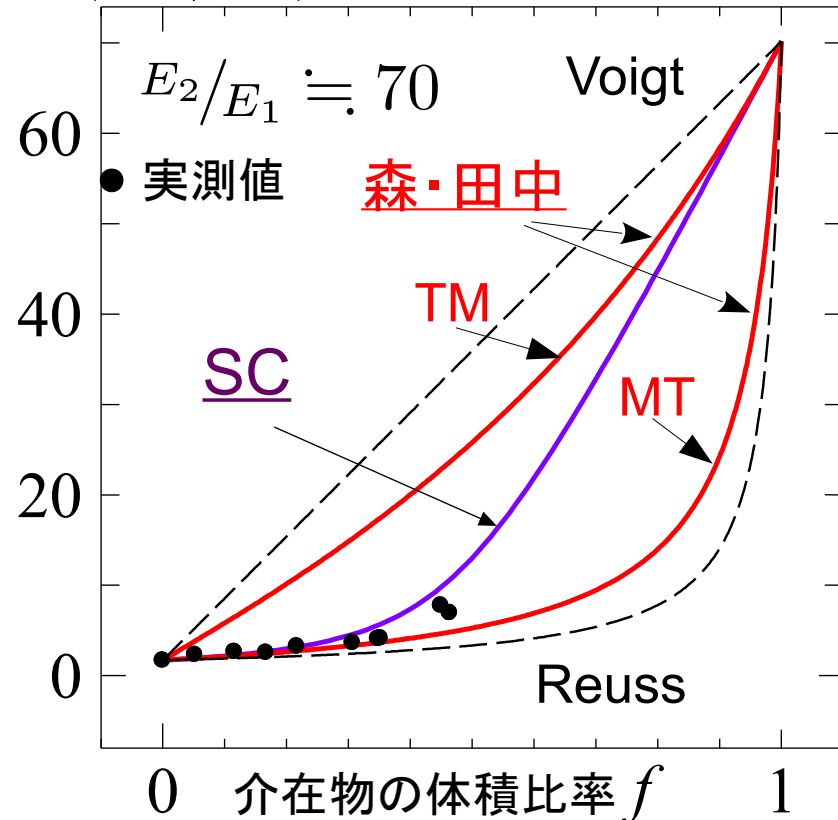
平均化された材料内に
1個の介在物

介在物の量に依らない予測

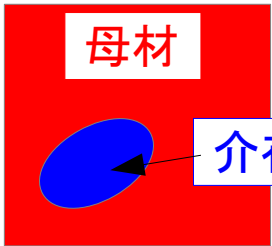
しかし、**異方性**を有する複合材料の場合
介在物に生じる乱れが一様ではないので
解析的には平均化できない

	森・田中	SC
向き・形状	○	○
母と介在物	○	○
介在物同士	×	○

\bar{E} (GN/m²)



森・田中平均



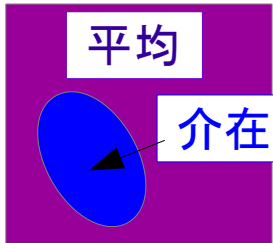
母材内に
1個だけの介在物

介在物が少ないときはもってもらしい

介在物が多いときは？

→ 母材と介在物を入替えた
森・田中平均(逆の森・田中平均)

Hillのself-consistent平均



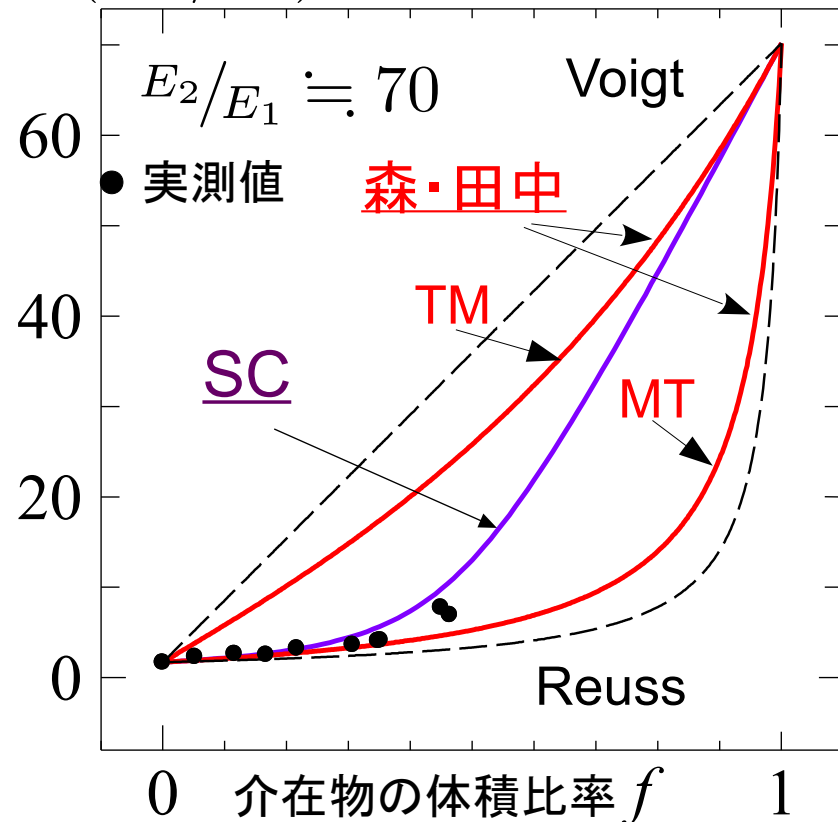
平均化された材料内に
1個の介在物

介在物の量に依らない予測

しかし、**異方性**を有する複合材料の場合
介在物に生じる乱れが一様ではないので
解析的には平均化できない

	森・田中	SC
向き・形状	○	○
母と介在物	○	○
介在物同士	×	○

\bar{E} (GN/m²)



仮想母材を導入した森・田中平均

$$\bar{C}^{(n+1)} = F \left(C_{VM}^{(n)}, C_1, C_2, f \right) \dots (*)$$

平均弾性が
等方性の場合

$$f_{VM} = 0$$

仮想母材

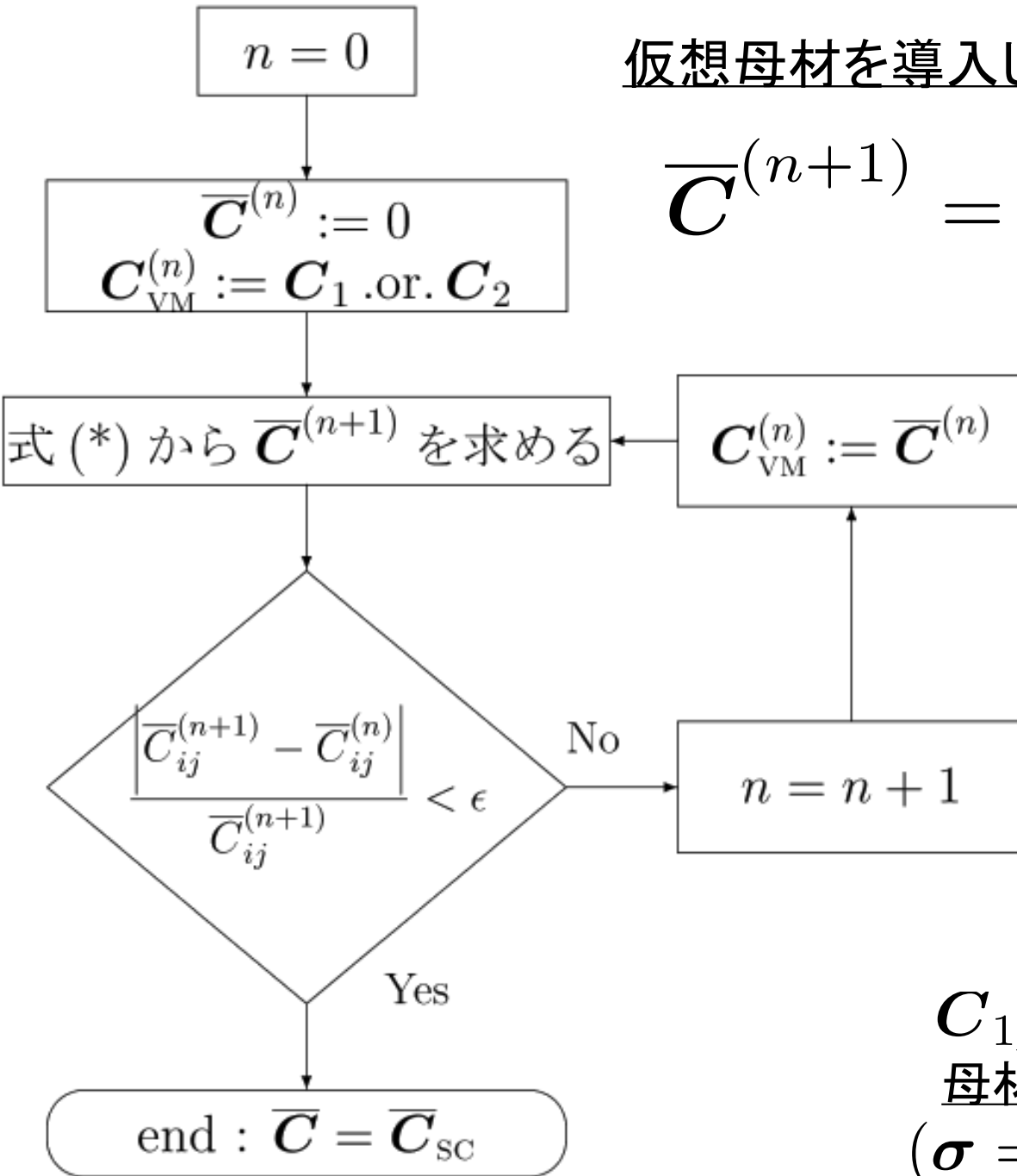
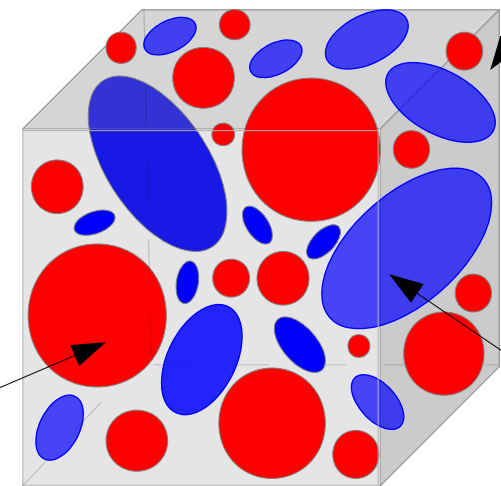
C_{VM}

C_1
母材

C_2
介在物

$$(\sigma = C\epsilon)$$

f : 介在物の体積比率

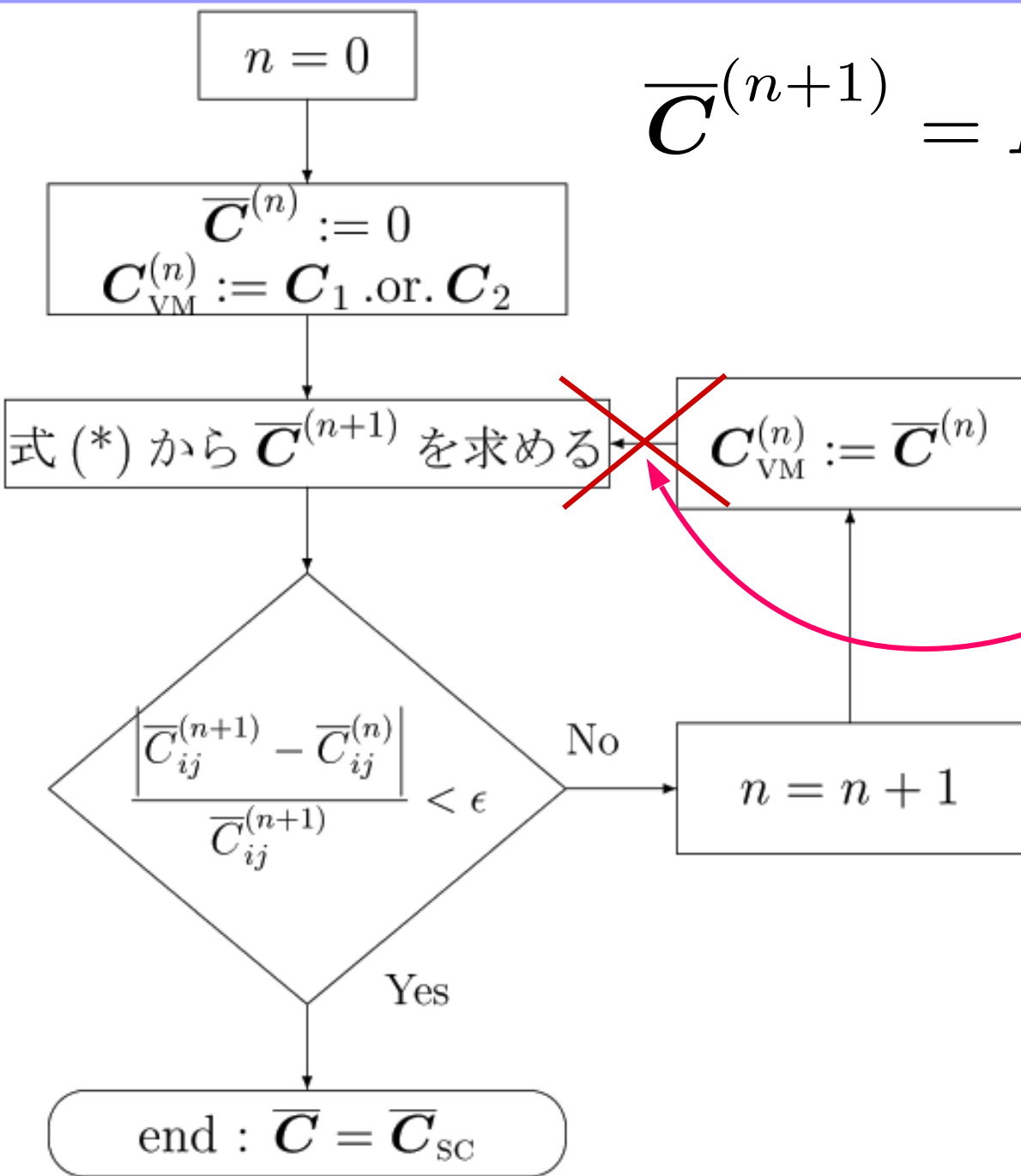


$$\bar{\mathbf{C}}^{(n+1)} = \mathbf{F} \left(\mathbf{C}_{\text{VM}}^{(n)}, \mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, f \right) \dots (*)$$

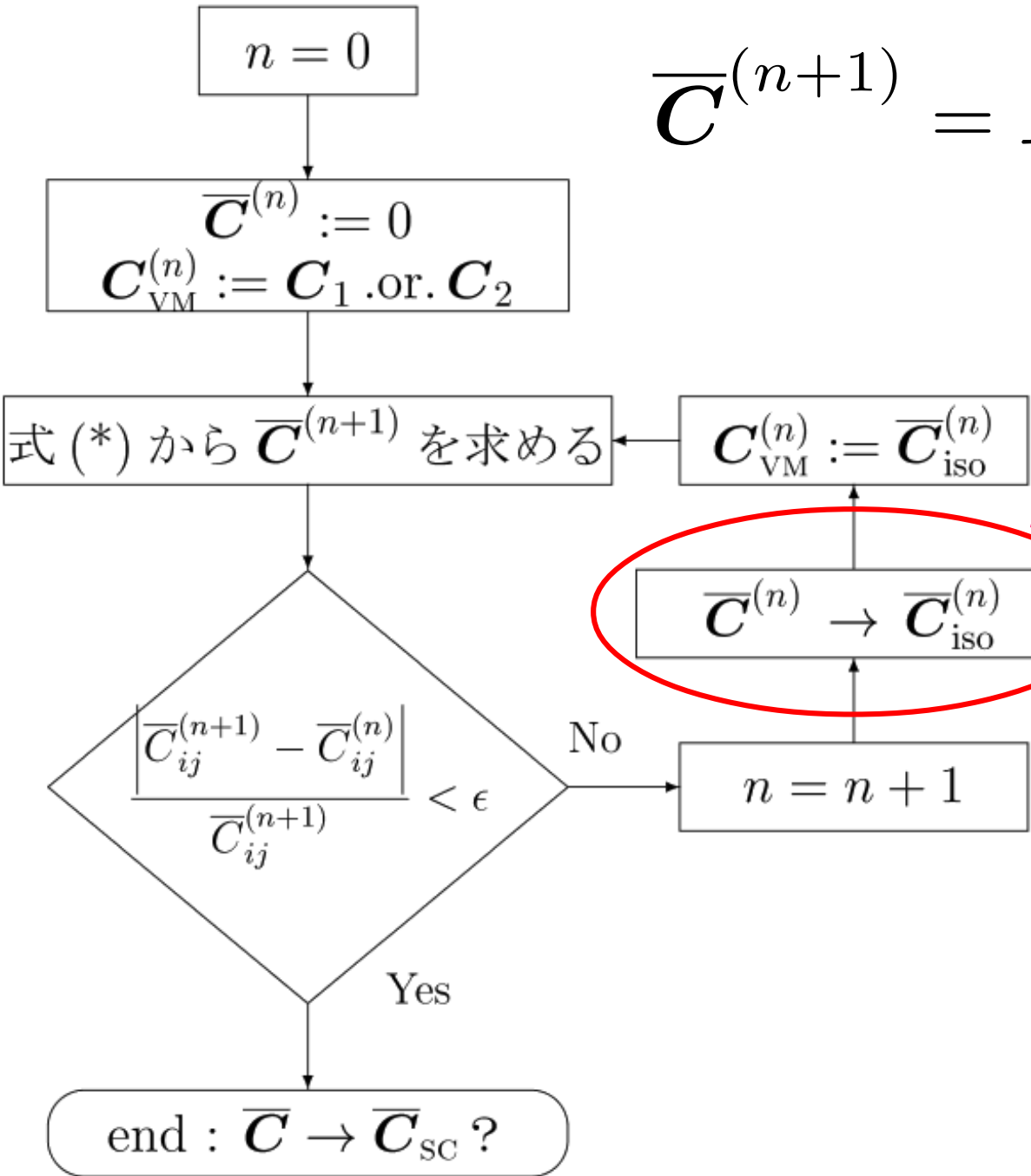
平均弾性が
異方性の場合

異方な弾性 $\bar{\mathbf{C}}^{(n)}$ を
仮想母材に用いた途端
介在物の乱れが
一様ではなくなる

→ 解析的には**不可能**



$$\bar{\mathbf{C}}^{(n+1)} = \mathbf{F} \left(\mathbf{C}_{\text{VM}}^{(n)}, \mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, f \right) \dots (*)$$



異方な弾性を
等方弾性に近似

1. 弾性係数の成分差の最小二乗法 (LS)

$$D \equiv \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 \left(\left(\bar{C}^{(n)} \right)_{ij} - \left(\bar{C}_{\text{iso}}^{(n)} \right)_{ij} \right)^2 \rightarrow \min.$$

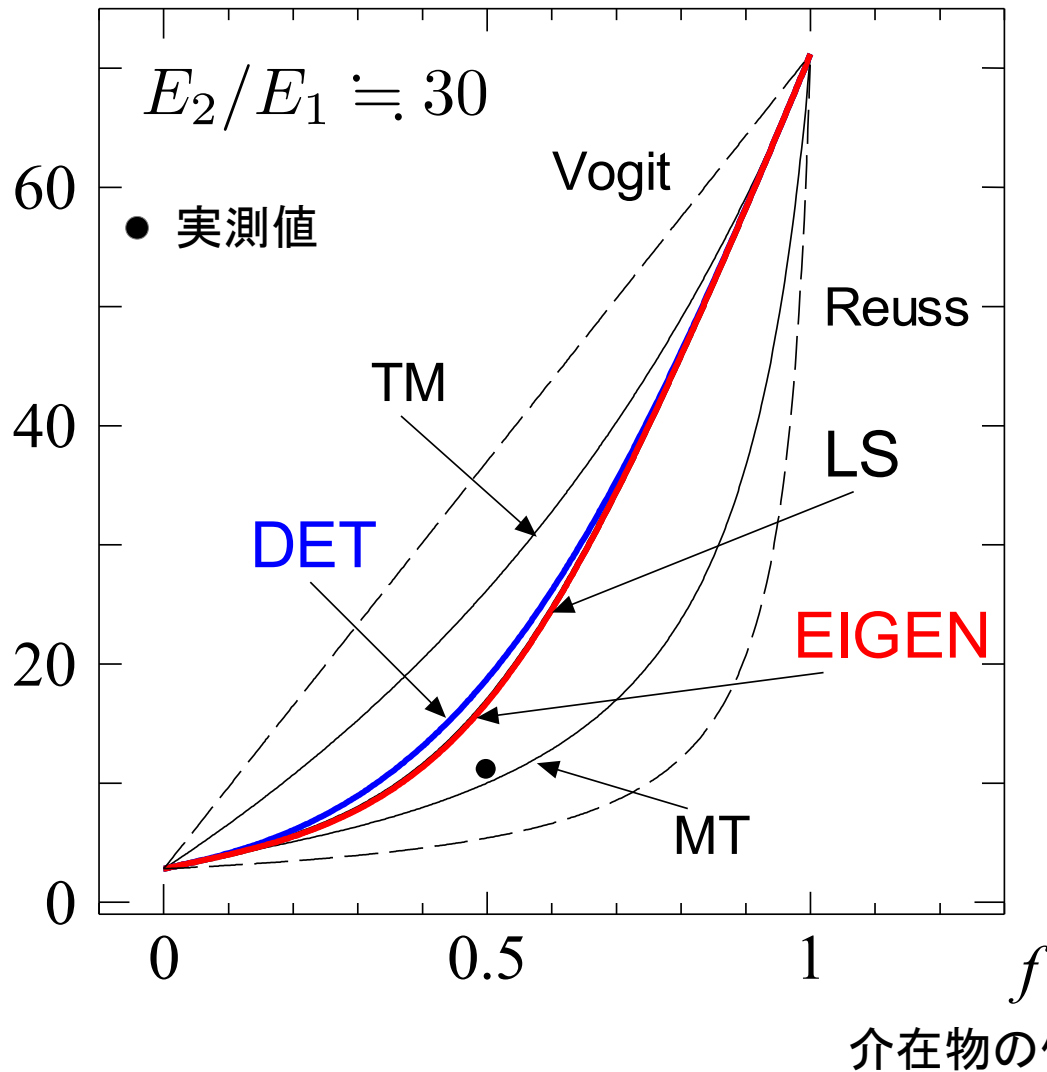
2. 弾性係数差の行列式の最小化 (DET)

$$D \equiv \det \left| \left(\bar{C}^{(n)} \right)_{ij} - \left(\bar{C}_{\text{iso}}^{(n)} \right)_{ij} \right| \rightarrow \min.$$

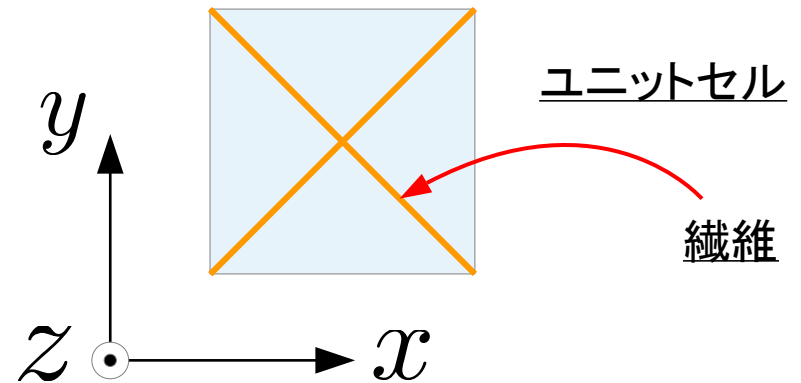
3. 弾性係数の固有値差の最小二乗法 (EIGEN)

$$\bar{\kappa}_{\text{iso}}^{(n)} = \bar{\kappa}^{(n)}, \quad \bar{\mu}_{\text{iso}}^{(n)} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \mu_i^{(n)}$$

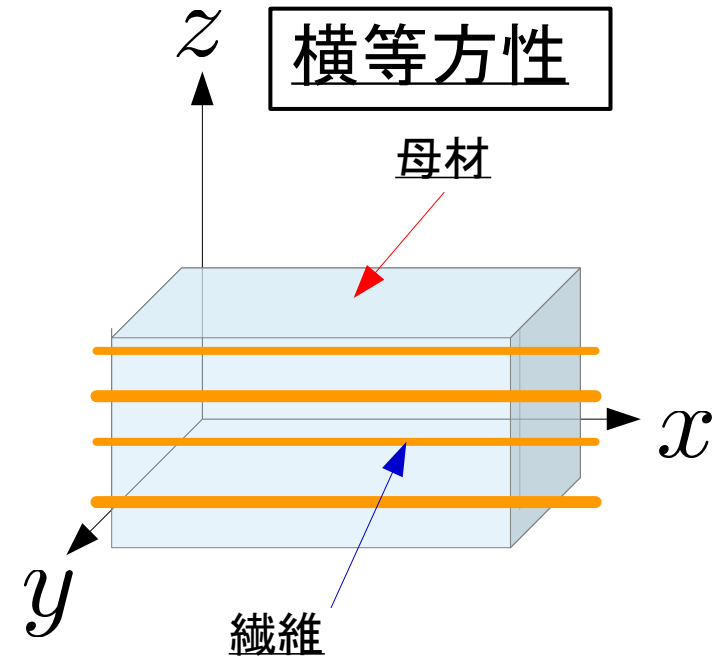
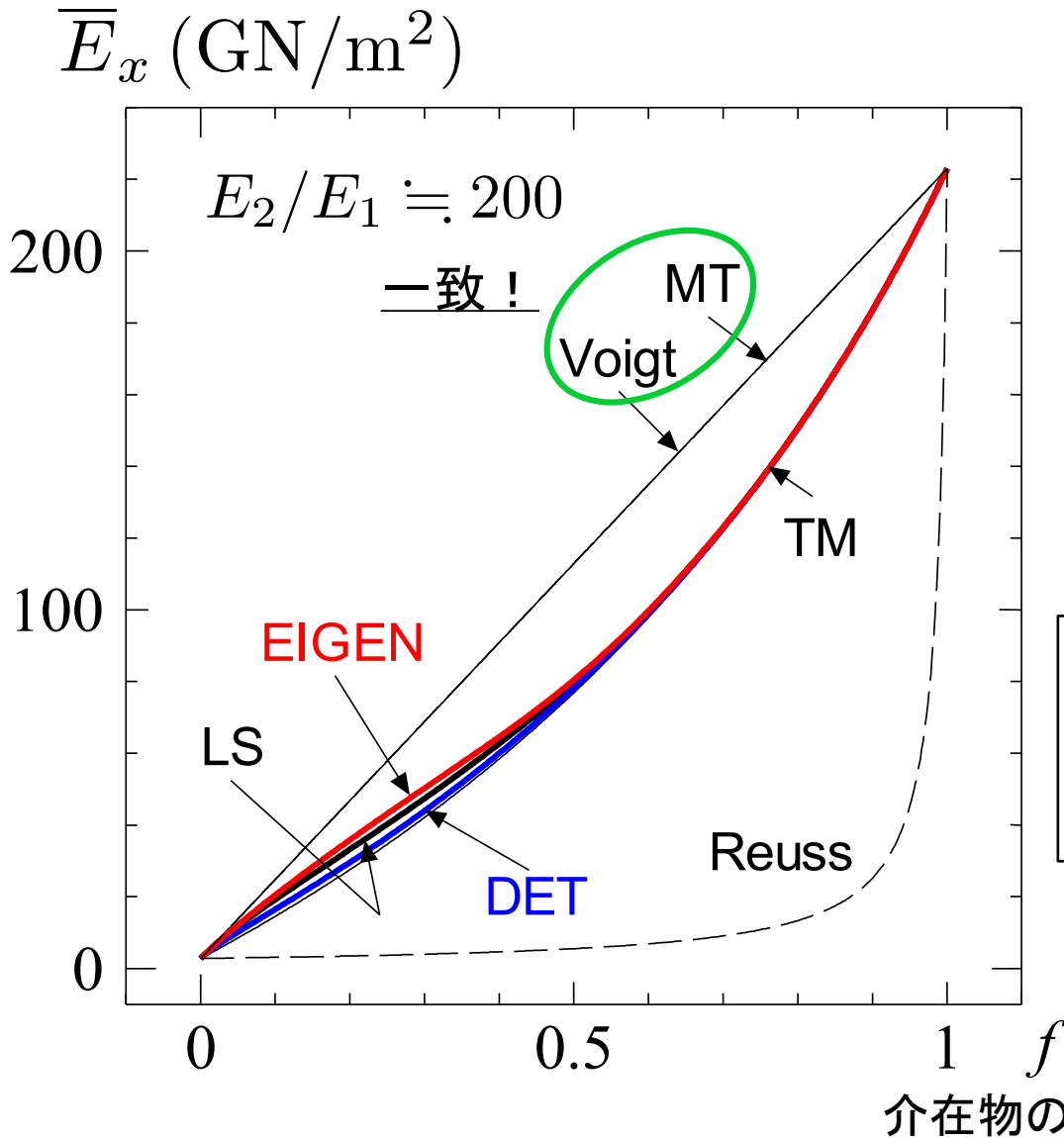
$$\bar{E}_x = \bar{E}_y \text{ (GN/m}^2\text{)}$$



直交異方性



- ・どの近似法でも収束した
- ・三つの解はほぼ同じ
- ・実測値と近い予測をした



FRP歩道橋設計・施工指針(案)
 繊維方向の平均Young率は
 Voigt平均で与えてよい。

ちがうかもよ!

異方性複合材料の平均弾性の
self-consistent予測を
仮想母材を導入した森・田中平均を
応用して求める手法を新たに提案した。

3種類の近似法のいずれを用いても
収束解を得ることができた。

狭い範囲に分布する3種類の近似解を得られた。

それらの解は実測値と近い予測をした。

繊維方向の平均Young率をVoigt平均で
求めることが適切でない可能性を示した

$$\epsilon_{ij}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} C_{klmn} \bar{\epsilon}_{mn}^*(\boldsymbol{\xi}) \xi_l \{ \xi_j N_{ik}(\boldsymbol{\xi}) + \xi_i N_{jk}(\boldsymbol{\xi}) D^{-1}(\boldsymbol{\xi}) \exp(i \boldsymbol{\xi} \cdot \boldsymbol{x}) d\boldsymbol{\xi}$$



$$\epsilon_{ij}(\boldsymbol{x}) = \int_{\text{介在物内}} K_{ijkl}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}) \bar{\epsilon}_{kl}^*(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi}$$

乱れたひずみ

異なる材料による刺激ひずみ

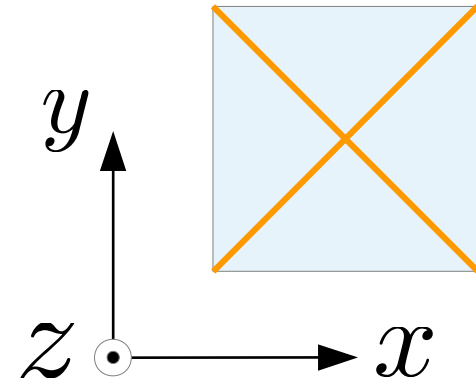
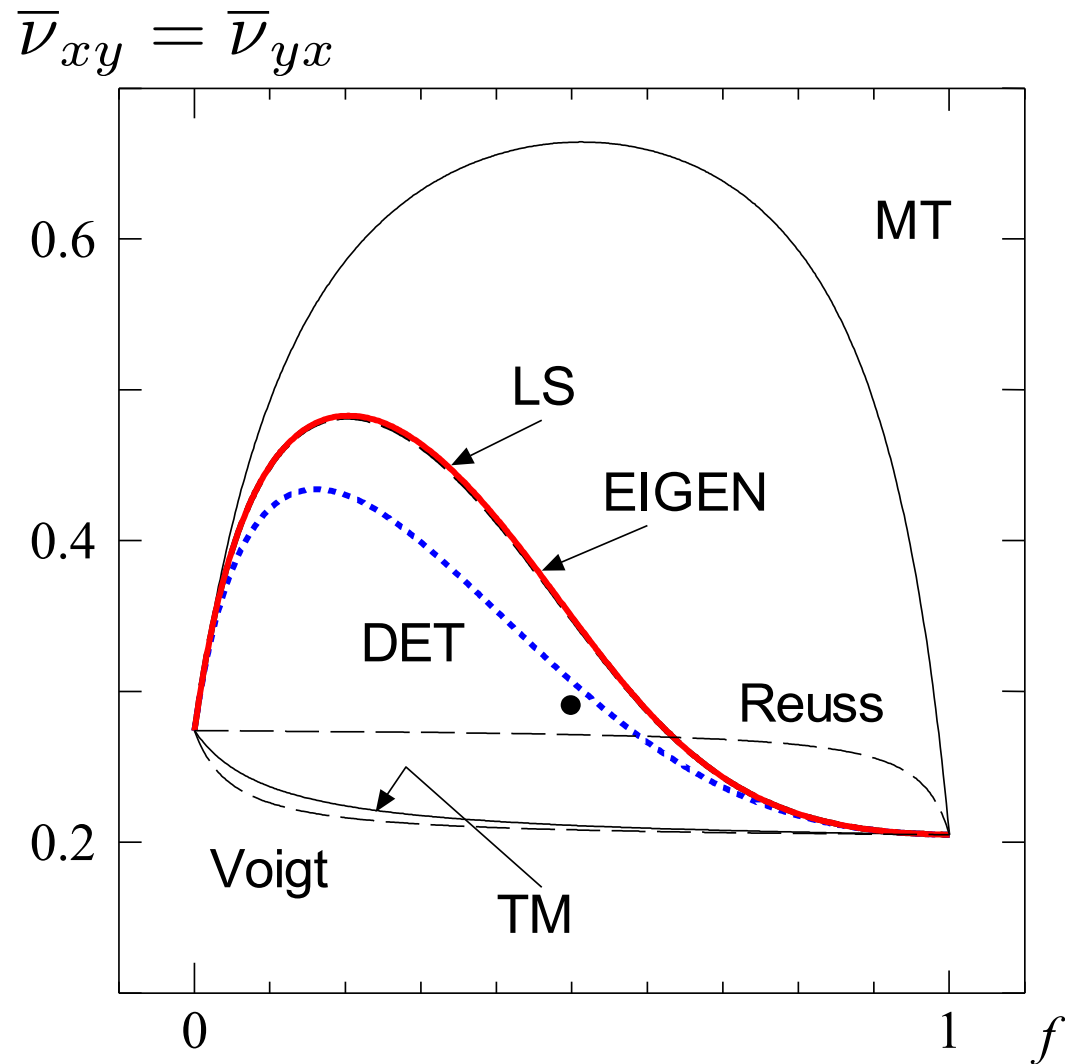
母材が等方性である場合のみ

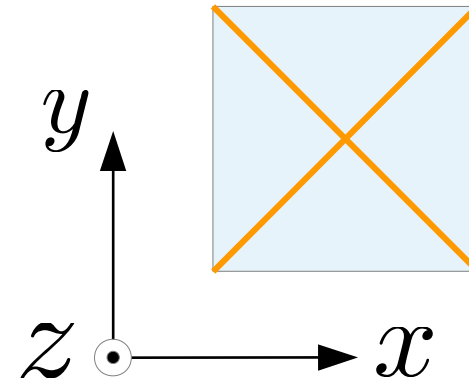
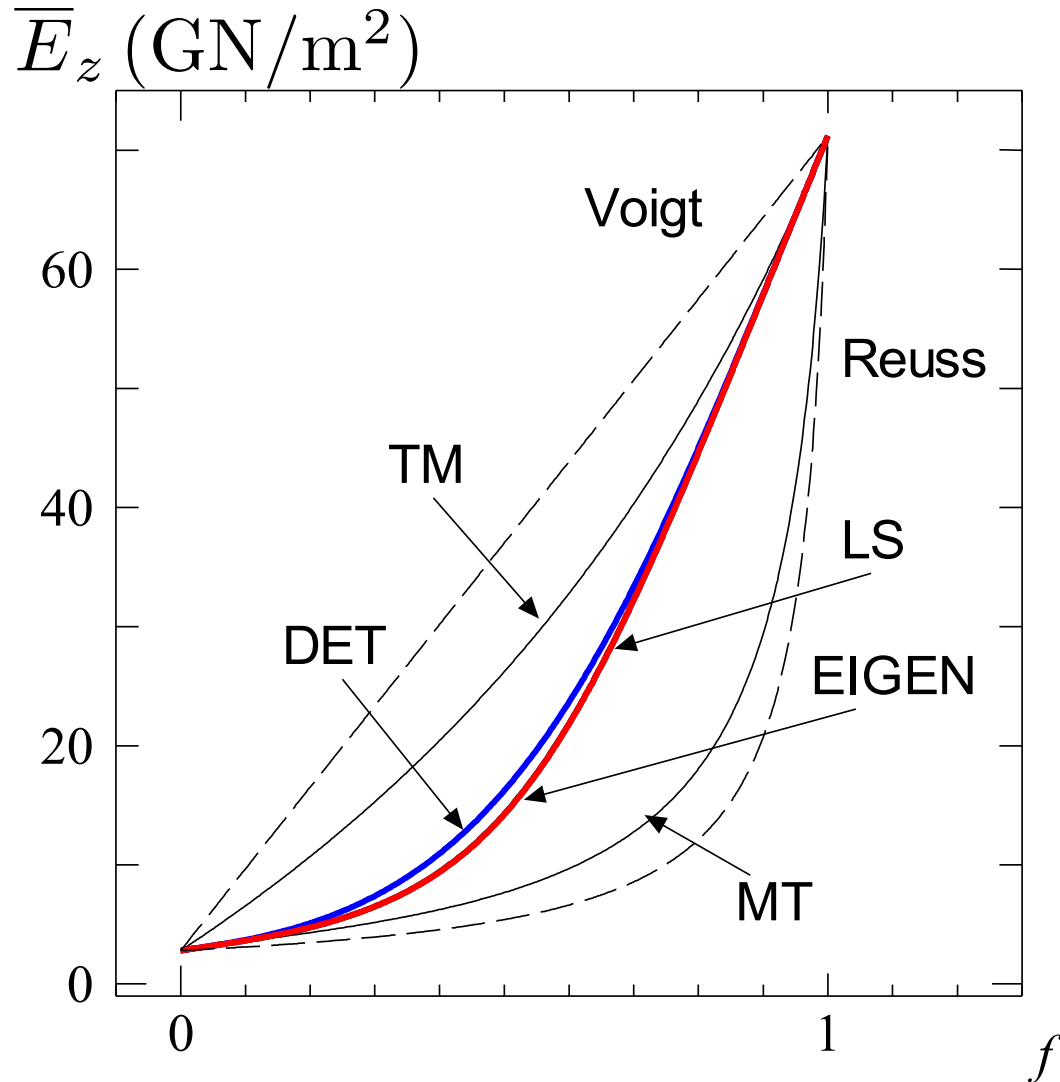
$$\epsilon_{ij}(\boldsymbol{x}) = S_{ijkl} \bar{\epsilon}_{kl}^*$$

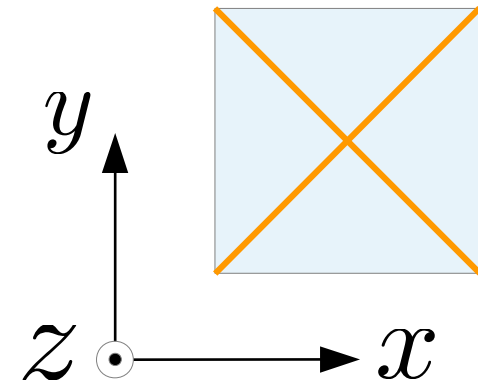
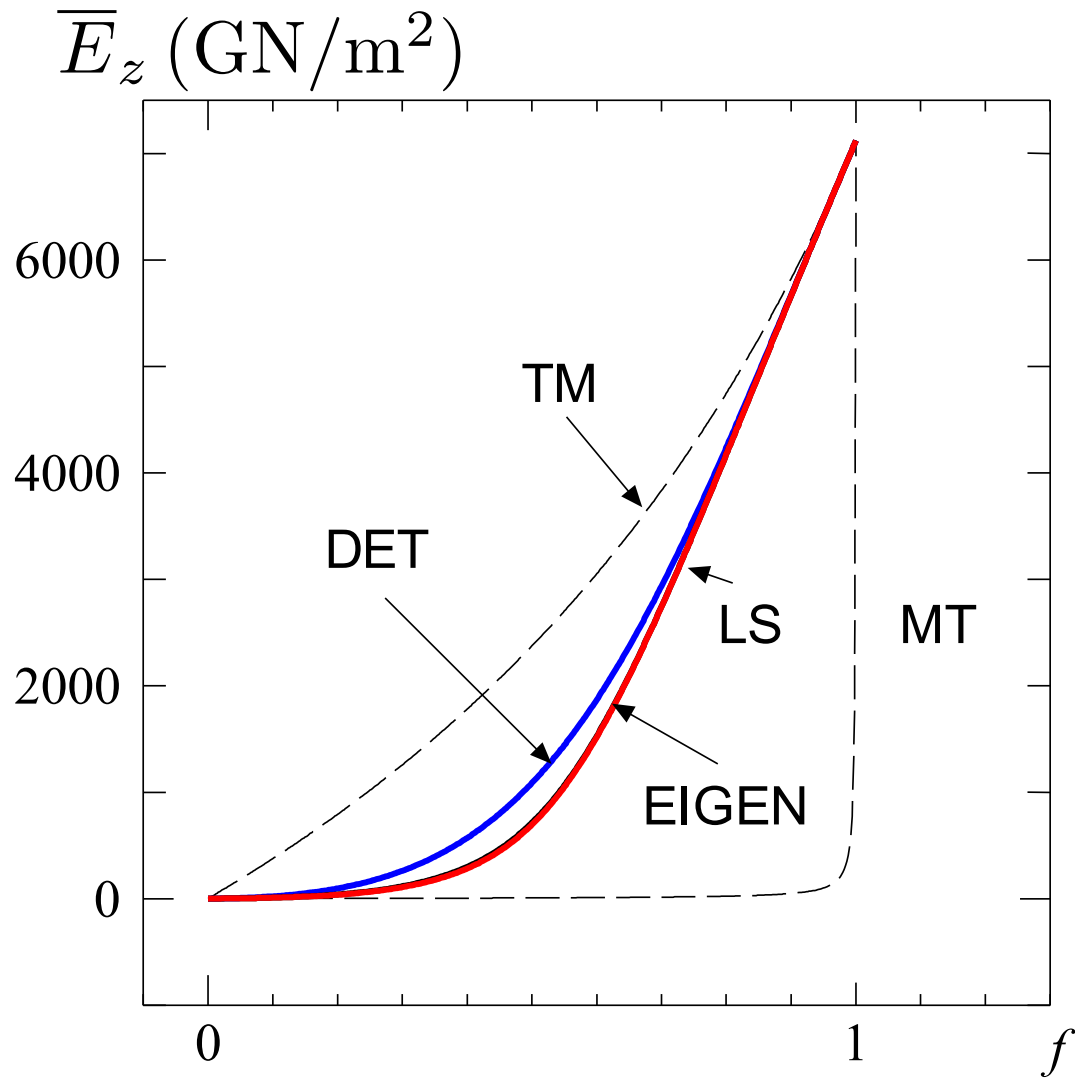
\boldsymbol{x} と $\boldsymbol{\xi}$ が消えて定数テンソルとなる.

Table 1:

	母材の材料定数		介在物の材料定数	
	E_1 (GN/m ²)	ν_1	E_2 (GN/m ²)	ν_2
1方向繊維	2.81	0.274	223.0	0.352
2方向繊維	2.81	0.274	71.2	0.205

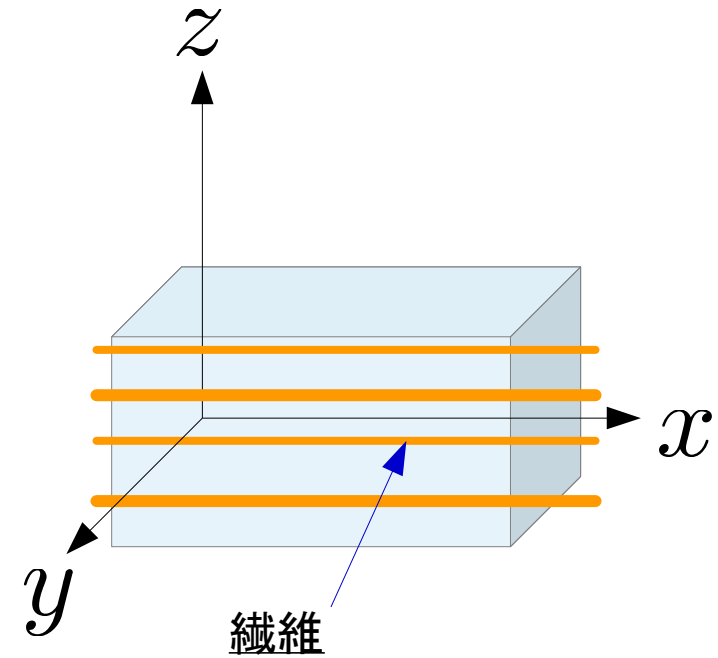
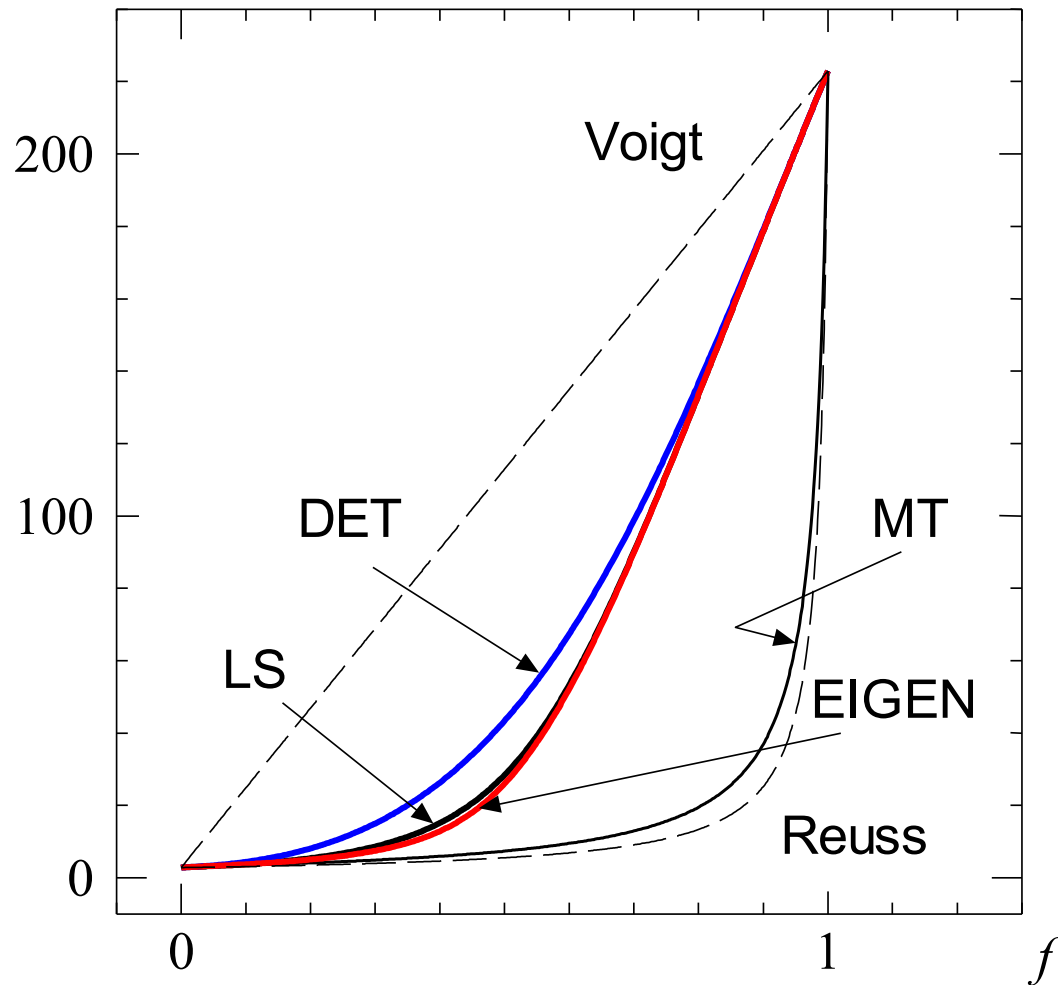




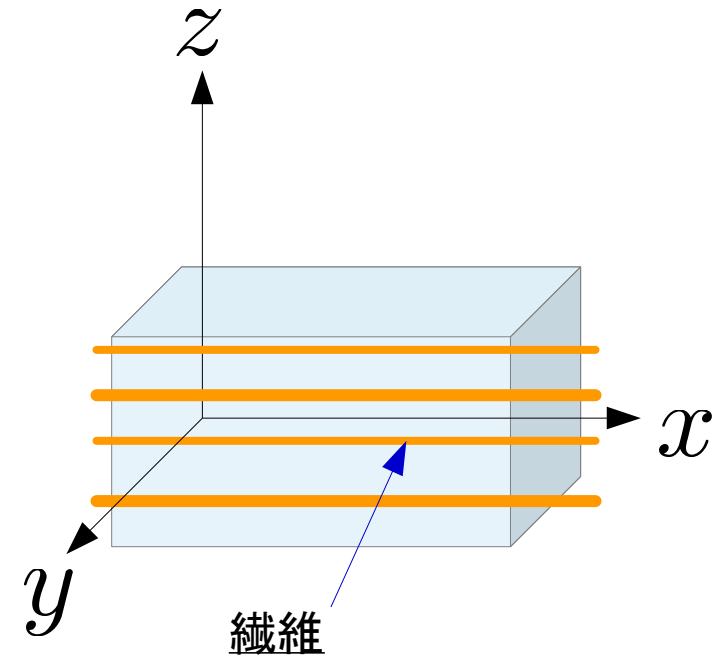
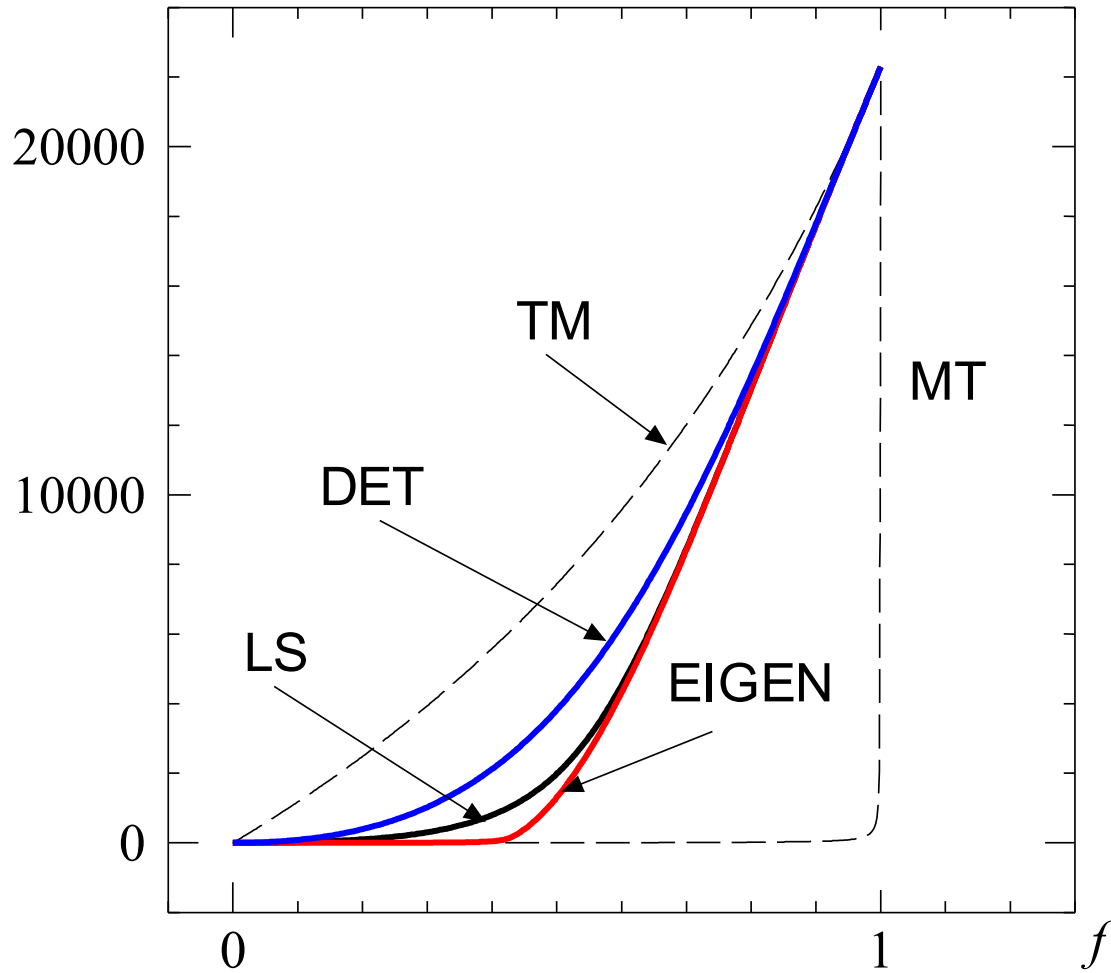


$E_2 \times 100$ としたとき

$$\bar{E}_y = \bar{E}_z \text{ (GN/m}^2\text{)}$$



$$\bar{E}_y = \bar{E}_z \text{ (GN/m}^2\text{)}$$



$E_2 \times 100$ としたとき