

# セル状サンドウィッチパネルの平均的せん断特性評価に関する考察

Consideration on Evaluation of Averaged Shear Properties for Cellular Sandwich Panels

林 幹大\*

Mikihiro Hayashi

\*構造強度学研究室 (指導教員: 齊木 功 准教授)

面内方向のみ周期性を有する非均質板の平均せん断剛性評価は、断面の平均的な回転を拘束することで可能となった。ここでは計算コストが低い板要素を用いて、ハニカムサンドウィッチパネルをはじめとした周期性を有するセル状サンドウィッチパネルを対象とし、平均的な力学的特性評価の構築を行う。このために連続体の断面の平均的な回転を拘束する条件式を、平板要素に適用するために修正した。

**Key Words:** homogenization method, multi-scale modeling, cellular sandwich panel

## 1. まえがき

非均質板の均質化法に基づく平均面外せん断剛性の評価は、代表体積要素の剛体回転を避けることができず、これまで不可能とされてきた。そのため、非均質板の面外せん断剛性の評価は経験的な方法によるのみ行われてきた。近年、代表体積要素の断面の平均的な回転拘束を導入することにより、数学的均質化理論に基づく梁の平均物性評価が可能となった<sup>1)</sup>。

ハニカムサンドウィッチパネルをはじめとしたセル構造体は、モデル化や計算を容易にするために、微視構造を連続体ではなく平板によりモデル化することが効率的である。しかしながら微視構造を平板でモデル化する場合、連続体の剛体回転の拘束条件式をそのまま適用できないため修正する必要がある。そこで本研究では、平板要素で構成されたセル状サンドウィッチパネルの代表体積要素を用いて、前述の均質化理論によって、平均せん断特性を求めるために、構造要素の変位場に基づく剛体回転の拘束条件式を定式化する。

## 2. 周期的な平板の 2 方向周期境界条件

### (1) 解析対象

セル状サンドウィッチパネルを解析対象とする。直交座標系  $x_1-x_2-x_3$  の成分を用いて

$$\mathbf{r}_1 = \begin{Bmatrix} r_1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{r}_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ r_2 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

と表される 2 方向の周期性を有する平板の単位周期構造を代表体積要素として考える。ここで、 $x_1, x_2$  方向はそれぞれ周期ベクトル  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$  に相当し、 $x_3$  方向はマクロの板厚方向に相当する。

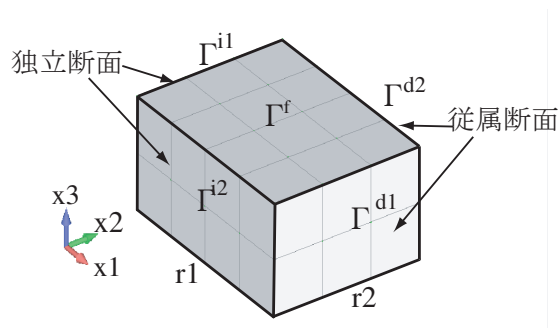


図-1 独立断面と従属断面

### (2) 2 方向周期境界条件

代表体積要素の領域  $\Omega$  の境界  $\partial\Omega$  は図-1 に示すように、

$$\partial\Omega = \Gamma^{i1} \cup \Gamma^{i2} \cup \Gamma^{d1} \cup \Gamma^{d2} \cup \Gamma^f \quad (2)$$

と分割される。 $x_1 = 0$  と  $x_1 = r_1$  における断面と、 $x_2 = 0$  と  $x_2 = r_2$  における断面は、周期性により一体となって変形するが、便宜的に  $x_1 = 0$  と  $x_2 = 0$  の断面を独立な自由度を持つ独立断面とし、それぞれ  $\Gamma^{i1}, \Gamma^{i2}$  と表す。また、もう一方の  $x_1 = r_1$  と  $x_2 = r_2$  の断面をそれぞれ  $\Gamma^{d1}, \Gamma^{d2}$  に従属な自由度を持つ従属断面とし、それぞれ  $\Gamma^{d1}, \Gamma^{d2}$  と表す。また、 $\Gamma^f$  は代表体積要素の自由表面を表すものとする。節点  $n$  の座標を  $\mathbf{x}^n$  としたとき、 $\bar{\Gamma}^{ij} = \{n | \mathbf{x}^n \in \Gamma^{ij}\}$  ( $j = 1, 2$ ) を独立節点の集合、 $\bar{\Gamma}^{dj} = \{n | \mathbf{x}^n \in \Gamma^{dj}\}$  ( $j = 1, 2$ ) を従属節点の集合とする。

代表体積要素の巨視的な変形は、独立節点と従属節点の間の相対変位

$$\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{u}^d - \mathbf{u}^i = \mathbf{u}_\epsilon + \mathbf{u}_\phi + \mathbf{u}_\gamma + \mathbf{u}_\varphi \quad (3)$$

として与える。ここで、 $\mathbf{u}_\epsilon, \mathbf{u}_\phi, \mathbf{u}_\gamma, \mathbf{u}_\varphi$  はそれぞれ、巨視的な面内ひずみ、曲げ、面外せん断、ねじりによる相対変位である。面外せん断による相対変位  $\mathbf{u}_\gamma$  を成

分で表すと

$$\mathbf{u}_\gamma = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \gamma_{31}r_1 + \gamma_{23}r_2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

である。ここで  $\gamma_{ij}$  は  $x_i$ - $x_j$  平面のせん断ひずみを表す。

### (3) 剛体回転の拘束

面外せん断変形を代表体積要素に与える場合、相対変位で表される周期境界条件のみでは剛体回転が生じ、代表体積要素はせん断変形しない。そこで、代表体積要素の断面の剛体回転を拘束する。代表体積要素の重心点を原点に置くことで、 $x_3$ - $x_1$  平面に平行な断面の  $x_1$  軸まわりの平均回転、 $x_2$ - $x_3$  平面に平行な断面の  $x_2$  軸まわりの平均回転に関する拘束条件をそれぞれ

$$g_1 = \int x_3 u_2 dV = 0, \quad g_2 = \int x_3 u_1 dV = 0 \quad (5)$$

とする。

平板要素の自然座標系を  $(\xi_1, \xi_2)$  とすると、要素における  $x_3$  方向の座標および  $x_1, x_2$  方向の変位は、形状関数  $N^n(\xi_1, \xi_2)$  を用いて

$$x_3 = \sum N^n(\xi_1, \xi_2) x_3^n \quad (6)$$

$$u_i \approx \sum N^n(\xi_1, \xi_2) u_i^n \quad (i = 1, 2) \quad (7)$$

と表される。均質化した板の板厚を  $t$  とし、式(6)を用いると、剛体回転の拘束条件(5)は節点変位により

$$\int x_3 u_i dV \approx tA \sum_m \sum_n \left\{ x_3^m u_i^n \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N^m N^n \det \mathbf{J} d\xi_1 d\xi_2 \right\} \quad (i = 1, 2) \quad (8)$$

と表される。ここに、 $A$  はすべての有限要素に関する和、 $\Sigma$  は各要素に属する全ての節点の和、 $\mathbf{J}$  は変数変換  $(\xi_1, \xi_2) \mapsto (x_1, x_2, x_3)$  の Jacobian で、 $\det \mathbf{J}$  は

$$\det \mathbf{J} = |d\xi_1 \times d\xi_2| \quad (9)$$

である。従って、離散化された剛体回転の拘束条件式は、節点変位の関数により

$$\bar{g}_1 = \sum w_1^n u_2^n = 0, \quad \bar{g}_2 = \sum w_2^n u_1^n = 0 \quad (10)$$

$$w_i^n = tA \sum_m x_3^m \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N^m N^n \det \mathbf{J} d\xi_1 d\xi_2 \quad (i = 1, 2) \quad (11)$$

と表される。

### (4) 力の釣合

代表体積要素の周期性を考慮すると、対となる独立節点と従属節点の節点力  ${}^i f_k^n, {}^d f_k^n$  の間に力の釣合い

$${}^i f_k^n + {}^d f_k^n = 0 \quad (k = 1, 2, 3) \quad (12)$$

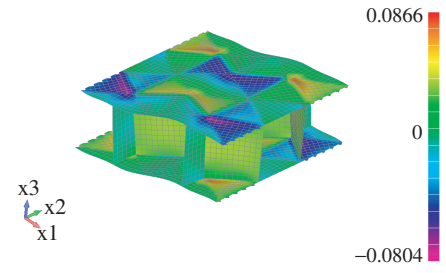


図-2 強制変位によるせん断変形とせん断ひずみ分布

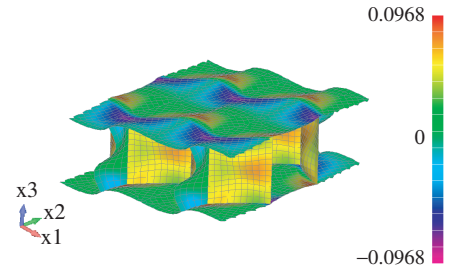


図-3 本手法によるせん断変形とせん断ひずみ分布

が成立する。

節点力で表した巨視的な単位幅あたりのせん断力  $\bar{Q}_1, \bar{Q}_2$  はそれぞれ

$$\bar{Q}_1 = \sum_{n \in \Gamma^{d1}} \frac{f_3^n}{r_2} = - \sum_{n \in \Gamma^{i1}} \frac{f_3^n}{r_2} \quad (13)$$

$$\bar{Q}_2 = \sum_{n \in \Gamma^{d2}} \frac{f_3^n}{r_1} = - \sum_{n \in \Gamma^{i2}} \frac{f_3^n}{r_1} \quad (14)$$

と表される。

### 3. ハニカムサンドウィッチパネルの平均剛性

代表体積要素の解析モデルには4節点4辺形平板要素を4400用い、節点数は4461、 $x_1, x_2, x_3$  方向の大きさはそれぞれ34.6, 30.0, 12.0とした。またを全ての平板でYoung率を  $E$ 、Poisson比を0.2、フランジ部の板厚を0.4、ウェブ部の板厚を0.2とした。

強制変位によってせん断変形させた場合の変形の様子とせん断ひずみ分布を図-2に示す。せん断ひずみ分布はフランジ部が  $x_1$ - $x_2$  面せん断ひずみ、ウェブ部が  $x_3$ - $x_1$  面せん断ひずみ分布を示す。

一方、本手法による面外せん断ひずみ  $\gamma_{31} = 0.1$  を与えた場合のせん断変形の様子とせん断ひずみ分布を図-3に示す。せん断ひずみ分布はフランジ部が  $x_1$ - $x_2$  面せん断ひずみ、ウェブ部が  $x_3$ - $x_1$  面せん断ひずみ分布を示す。代表体積要素の高さを  $h$ 、 $x_1$  軸方向の長さを  $r_1$  とすると、本手法の場合高さ  $h$  を一定にし高さ長さ比  $h/r_1$  を変えても、 $Er_2 h$  で無次元化した平均せん断剛性の値は1.69で一定となった。

#### 参考文献

- 1) 齊木 功, 鎌 一彰, 山田真幸, 瀬戸川敦, 岩熊哲夫: 非均質な Timoshenko 梁の平均物性評価, 土木学会応用力学論文集, Vol.15, pp.161-169, 2012.

(2013年2月12日提出)