

非均質梁の数値的平均物性評価に関する基礎的検討

A numerical evaluation of averaged property of heterogeneous beam

井上大資*
Daisuke INOUE

*構造強度学研究室（研究指導教員：齋木功 准教授）

近年，複合構造物において有限要素解析による直接的な性能照査設計の可能性が議論されており，微視構造の陽なモデルの特性を数値的に平均化することができる均質化法によって梁や板といった構造部材の平均化が試みられている．しかしながら，梁や板の平均的なせん断剛性の評価のための適切な周期境界条件は見出されていなかった．そこで，本報告では平均的なせん断剛性の評価が可能な周期境界条件の提案を行う．

Key Words：均質化法，周期境界，構造要素，せん断

1. まえがき

近年，複合構造物において有限要素解析による直接的な性能照査設計の可能性が議論されている．そのためには，付着や摩擦が生じる異種材料界面の適切なモデル化と，ずれ止め等の一体化のための複雑な微視構造のモデル化が重要である．しかしながら，それらを陽に組み込んだ有限要素モデルによる構造物全体の非線形解析は，計算機の発達した現代でも現実的ではない．一方，複合材料の微視構造の力学特性を平均的に評価する手法が提案されている．その中で，微視構造の陽なモデルの特性を数値的に平均化することができる均質化法により，梁や板といった構造部材の平均化が試みられている¹⁾．しかしながら，梁や板の平均的なせん断剛性の評価のための適切な周期境界条件は見出されていなかった．そこで，本報告では平均的なせん断剛性の評価が可能な周期境界条件の提案を行う．

2. 2次元梁の周期境界条件

微視構造を表す空間の直角座標を y とし，有限要素によって離散化された梁の微視構造を，周期 r の 1 次元周期構造とする．曲率 ϕ の曲げ変形に対する周期境界条件は，対応する周期境界の節点ペアの曲げに起因する相対変位の拘束条件

$$g_b := u_1^i - u_1^d - y_2^i \phi |r| = 0 \tag{1}$$

として表される．ここに， u_1 は節点の水平 (y_1) 方向変位であり， y_2^i は対応する節点の y_2 方向座標，上付きの i および d は図-1 に示すように周期境界の節点ペアのそれぞれ独立・従属な節点を意味する．同様に，せん断ひずみ γ に対する周期境界条件は，鉛直 (y_2) 方向変位 u_2

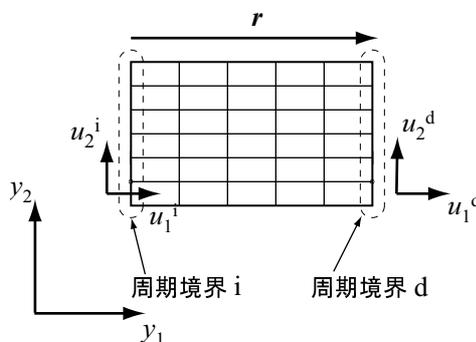


図-1 梁の微視構造における周期境界

の相対量の拘束

$$g_s := u_2^i - u_2^d - \gamma |r| = 0 \tag{2}$$

として規定できる．しかしながら，上記 2 組のみの拘束では，剛体回転を拘束しないので，例えば $\phi = 0$ ， $\gamma \neq 0$ のときの微視構造は図-2 に示すように変形せずに剛体回転してしまう．そこで，微視構造の周期境界面の回転 θ^i ， θ^d に関して

$$g_r := \frac{1}{2}(\theta^i + \theta^d) = 0 \tag{3}$$

により剛体回転の拘束を実現する．以下，境界面の回転を節点変位で表すことを考える．境界面の回転を境界面上の節点から回帰される最小二乗近似直線の傾きとすれば，境界面の回転は

$$\theta^i = \frac{n_p \sum_{j \in i} u_1^j y_2^j - G \sum_{j \in i} u_1^j}{n_p I - G^2} \tag{4}$$

により決定される (d についても同様)．ここに， n_p は周期境界上の節点数， $\sum_{j \in i}$ は周期境界 i に属する節点に

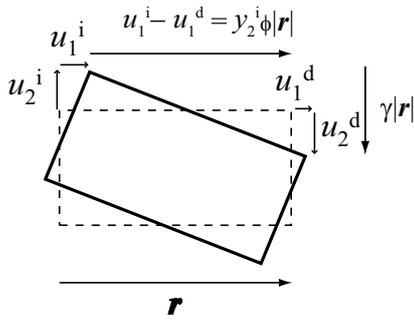


図-2 相対変位のみを考慮した場合の梁の微視構造

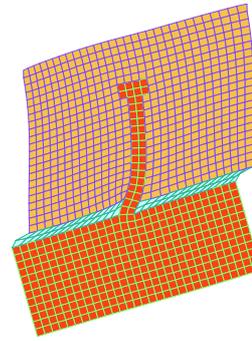


図-3 周期境界条件を用いた合成桁の変形

関する和, u_1^j は節点 j の y_1 方向変位, y_2^j は節点 j の y_2 座標, G は $G = \sum_{j \in i} y_2^j$, I は $I = \sum_{j \in i} (y_2^j)^2$ である. 断面の回転が節点変位で表現できたので, 回転の拘束条件を Lagrange 未定数法により, つり合い式に加えて考慮する. 停留させる汎関数を

$$\Pi_L = \Pi + \tilde{M} g_r \quad (5)$$

と定義する. ここに, Π は系の全ポテンシャルエネルギー, \tilde{M} は Lagrange 未定数であり, せん断力に起因する曲げモーメントに等しい. 上記の汎関数の停留条件から得られる剛性方程式は

$$Ku - f + \tilde{M} \frac{\partial(\theta^i + \theta^d)}{2\partial u} = \mathbf{0} \quad (6)$$

および式 (3) となる. ここに,

$$\frac{\partial(\theta^i + \theta^d)}{2\partial u_1^j} = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot \frac{n_p u_1^j - G}{n_p I - G^2} & (j \in i \text{ or } j \in d) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (7)$$

である. 式 (6) に加えて, 文献¹⁾で述べられた方法により相対変位の拘束条件 (1), (2) を考慮することで解を得る.

3. 2次元合成桁の数値解析結果

ずれ止めとして頭付きスタッドが埋め込まれた鋼コンクリート合成桁の鋼とコンクリート界面の接触を薄くやわらかい材料としてモデル化して解析を行い, せん断剛性を比較した. 解析対象は4辺形要素を用いた1110要素, 1178節点で分割した. 鋼の Young 率を 10, Poisson 比を 0.3, コンクリートの Young 率を 1.0, Poisson 比を 0.2, 界面を模擬するやわらかい材料の Young 率を 0.1, Poisson 比を 0 とした.

このモデルに周期境界条件によりひずみ γ を与えた場合とずれ止めの性能試験である押し抜き試験を模擬し, 変位境界条件を与えた場合を比較する. 図-3 に周期境界条件モデルの変形, 図-4 に変位境界条件モデルの変形を示す.

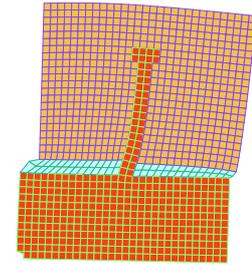


図-4 押し抜き試験体の変形

せん断剛性はスタッド内の2節点の相対変位でせん断力を除き規格化することで求めた. ここで, 周期境界条件モデルは回転をしているため, せん断に起因する相対変位は実相対変位から回転に起因する相対変位を除くことで得られる. スタッド内の断面の回転をモデル全体の回転とすると, 断面上の節点の y_1 方向変位の最小二乗近似から, 断面の回転 $\theta = -0.15$ となる. これに相対変位の節点間 y_2 方向の長さを乗じることで, 回転による相対変位が得られ, その値は -0.030 であった. これを実相対変位 $u_1 - u_2 = 0.23$ から引いて得られたせん断による相対変位は 0.26 である. 周期境界条件モデルのせん断力は周期境界 i 上の節点の y_2 方向の力の合計で表される. せん断力は -1.06 であった. また, 変位境界条件モデルの相対変位は 0.18 であり, せん断力は強制変位を与えた節点の y_1 方向の力の合計で表され, その値は -0.50 であった.

2つのモデルについて, それぞれ, せん断力をせん断による相対変位で規格化して求められたせん断剛性は周期境界条件モデルが 4.0 であり, 変位境界条件モデルが 2.8 であった.

参考文献

- 1) 齊木 功, 大植 健, 中島章典, 寺田賢二郎: 構造要素を用いたマイクロモデルによるマルチスケールモデリングとそのセル構造体への適用, 日本計算工学会論文集, Vol.4, pp.139-144, 2002.

(2010年2月10日提出)