

# 変形の局所化帯の分布に及ぼす材料パラメータの影響

Effect of material parameters on development of localied bands of deformation

轟 俊太郎\*

Shuntaro Todoroki

\*構造強度学研究室 (指導教官: 岩熊哲夫 教授)

Many experimental researches have carried out predictions of bearing capacity of spread foundations. On the other hand, although many numerical analysis have been also reported, most of them have resulted in in poor predictions of localized deformation patterns and their developments., except a few studies with softening effects or a double-slip theory. We here employ the double-slip theory as well as a non-coaxial plasticity to simulate numerically developments of deformation localization under spread foundations. We report effects of material parameters on development of localied bands of deformation.

**Key Words** : localied bands of deformation, non-coaxial plasticity, double-slip theory

## 1. 序論

砂地盤が破壊・崩壊に至る際には、すべり面と呼ばれる狭い領域に変形が集中した帯 (以降、局所帯) に沿ってすべりが生じる。したがって、この局所帯の発生は、砂地盤の変形挙動や終局強度にも大きな影響を及ぼす重要な要因であり、局所変形を予測することは、砂地盤の強度予測に不可欠である。そのため多くの数値解析が行われている。

そのような研究の一つとして、白戸・岩熊<sup>1)</sup>は、非関連の  $J_2$  流れ理論に非共軸項を加え、さらに二重すべりモデルを導入して安定化した構成則を Drucker-Prager モデルに拡張し、局所帯を追求した。そこでは、支持力問題においてすべり線に良く似た局所帯が得られている。しかし、強度予測においては、実験値よりもかなり大きい予測をし、満足できる結果とはなっていない。その要因には要素試験を用いて材料パラメータを同定する際に、正確な材料パラメータが得られていないことが考えられる。

本研究ではこの構成モデルを用いて、新たにべき乗の硬化則を導入し、平面ひずみ圧縮試験のピーク以前の塑性領域を表現し、定量的な検討を行う。

## 2. 構成モデル

### (1) 基本構成則

変形速度テンソルとスピンテンソルは、弾性部分と塑性部分の重ね合わせより

$$D_{ij} \equiv d_{ij}^e + d_{ij}^p, \quad W_{ij} \equiv w_{ij}^e + w_{ij}^p, \quad (1)$$

となる。上付き文字  $e$  と  $p$  はそれぞれ弾性成分と塑性成分を示す。このとき、Cauchy 応力の Jaumann 速度を

$$\overset{\circ}{\sigma}_{ij} \equiv \dot{\sigma}_{ij} - W_{ik}\sigma_{kj} - W_{jk}\sigma_{ki} \quad (2)$$

と定義する。また、弾性部分は Hooke の法則が成立するとして有限変形理論に一般化し、

$$d_{ij}^e = \frac{1}{4\mu}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})\overset{\circ}{\sigma}'_{ij} + \frac{1}{3\kappa}\delta_{ij}\delta_{kl}\overset{\circ}{\sigma}'_{kl} \quad (3)$$

とする。ここに  $\mu$  と  $\kappa$  はせん断弾性係数と体積弾性係数であり、プライムは偏差成分を表している。

塑性部分は文献<sup>1)</sup>で用いたモデルと同様に、塑性流れに非共軸項を加え

$$d_{ij}^p = \frac{1}{H} \left( \frac{\sigma'_{ij}}{2\bar{\sigma}} + \beta\delta_{ij} \right) \left( \frac{\sigma'_{kl}}{2\bar{\sigma}} + \alpha\delta_{kl} \right) \overset{\circ}{\sigma}'_{kl} + \frac{1}{2h_1} \left\{ \overset{\circ}{\sigma}'_{ij} - \frac{1}{2\bar{\sigma}^2} \sigma'_{kl} \overset{\circ}{\sigma}'_{kl} \sigma'_{kl} \right\} \quad (4)$$

とする。 $h_1$  はこの共軸性を代表するパラメータである。ここで、 $H$  は定数とすることもあるが、ここで扱う地盤材料の変形特性は、強い非線形性を示すことがわかっている。そこで、Ludwik のべき乗則を用いて、非線形の硬化モデルとする。

$$H \equiv \frac{hn}{(\sqrt{3})^{n+1}} (\bar{\varepsilon}^p)^{n-1} \quad (5)$$

また、 $H$  を塑性後の接線係数と見なした場合に対して、 $h_1$  を割線係数と解釈することができ

$$h_1 \simeq \frac{H}{n} \quad (6)$$

とする。 $h$  は硬化係数、 $n$  はべき乗係数と呼ぶことにする。式 (3) と式 (4) を式 (1) に代入すると、

$$\overset{\circ}{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} D_{kl} \quad (7)$$

が基本となる構成則である．ここで，接線剛性  $C$  は次式で表される．

$$C_{ijkl} = \left\{ \bar{\mu}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + \left( \bar{\kappa} - \frac{2}{3}\bar{\mu} \right) \delta_{ij}\delta_{kl} \right\} \quad (8)$$

$$- \frac{1}{h + \bar{\mu} + 9\bar{\kappa}\bar{\beta}\bar{\alpha}} \left\{ \bar{\mu} \frac{\sigma'_{ij}}{\sigma} + 3\bar{\kappa}\bar{\beta}\delta_{ij} \right\} \left\{ \bar{\mu} \frac{\sigma'_{kl}}{\sigma} + 3\bar{\kappa}\bar{\alpha}\delta_{kl} \right\}$$

となる．ここに

$$\frac{1}{\bar{\mu}} \equiv \frac{1}{\mu} + \frac{1}{h_1}, \quad \frac{1}{h} \equiv \frac{1}{h} - \frac{1}{h_1}$$

$$\bar{\beta} \equiv \beta(1 - (h/h_1))^{-1}, \quad \bar{\alpha} \equiv \alpha(1 - (h/h_1))^{-1}$$

$$\bar{\kappa} \equiv \left( \frac{1}{\kappa} - 9\alpha\beta/h_1(1 - (h/h_1))^{-1} \right)^{-1} \quad (9)$$

と定義する． $\bar{\mu}$  は見かけの接せん断係数のようなものであり，非共軸性のパラメータ  $h_1$  が見かけのせん断抵抗を低くし，材料の不安定性が促進される要因となっていることがわかる．本研究では， $\alpha \equiv 0$ ， $\beta \equiv 0$  とするため， $\bar{\kappa}$ ， $\bar{\alpha}$ ， $\bar{\beta}$  は上付きバーのないものと置き換えられる．

## (2) 初期降伏条件

初期降伏は，地盤材料のような摩擦性材料を対象としているため，Drucker-Prager の降伏関数を用いて判定する．

$$f = \bar{\sigma} - \alpha_\phi I_1 - k \quad (10)$$

$\alpha_\phi$  は初期降伏における内部摩擦角に関するパラメータである．

## (3) 変形局所化の発生と，その後の微視すべり機構

非共軸項 (式 (4)) の導入によって解の不安定性が生じる．これに対処するため，二重すべりメカニズムをさらに重ね合わせた．具体的には，Hill の不連続条件式  $\det[n_i F_{ijkl} n_l] = 0$  が成立したときに，Asaro による二重すべり機構が弾塑性構成則に付加される．全変形速度テンソル  $d$  と全スピン  $w$  は次式のようになる

$$d_{ij} = D_{ij} + d_{ij}^m = \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i}) \quad (11)$$

$$w_{ij} = W_{ij} + w_{ij}^m = \frac{1}{2} (v_{i,j} - v_{j,i}) \quad (12)$$

ここに， $d^m$  と  $w^m$  が新たに付加される二重すべり成分である．

## 3. 平面ひずみ圧縮試験

平面ひずみ圧縮試験との定量的 (定性的) フィッティングを行い，材料パラメータを決定する．ここでは，線形硬化則とべき乗則の非線形硬化則を用いた場合で検討を行う．

解析対象 (供試体) の大きさは一般的によく用いる縦横比  $L/W = 2$  を用いる (図-5)．要素分割数は 800

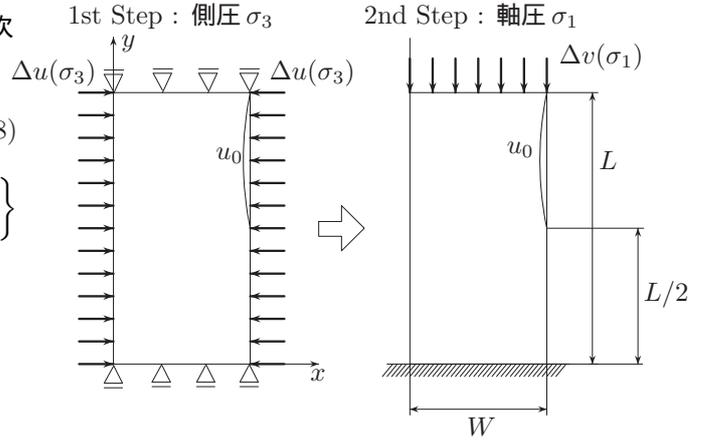


図-1 平面ひずみ圧縮試験の荷重方法

要素とした．また，履歴による終局強度の差を明確にするため，初期不整  $u_0$  を与えた．境界条件は，変位制御で行うため，図-5 に示したように，最初に所定の側圧となるまで水平方向の側方変位  $\Delta u(\sigma_3)$  を与える．その間，上下端とも  $y$  方向固定としている．その後，上端節点へ鉛直方向変位  $\Delta v(\sigma_1)$  を与え，軸圧荷重をする．

本研究では，線形硬化則を用いた場合<sup>2)</sup> で検討されていないせん断弾性係数  $\mu/\mu_0$  と新たに導入した非線形硬化則を用いた場合の硬化係数  $h$ ，べき乗係数  $n$  の二つの材料パラメータの検討を行う．

せん断弾性係数  $\mu/\mu_0$  の検討を行う． $\mu/\mu_0$  以外の材料定数は，文献<sup>2)</sup> を参考に決定している．ここで，無次元化に用いる  $\mu_0$  は  $38 \text{ MN/m}^2$  である． $\mu/\mu_0 = 0.2, 0.5, 1$  とした場合の無次元化変位応力比関係を図-2 に示した． $\mu/\mu_0 = 0.2$  とした場合には，実験のピーク以前を表現できていないものの，実験値とピーク応力比とその時の変位を予測している．また， $\mu/\mu_0 = 1.0$  は，実験値の初期勾配を弾性と仮定した場合にその勾配と合っている．

硬化係数  $h$  の検討を行う． $h/\mu_0 = 1, 1.5, 2, 2.5$  とした場合の無次元化変位応力比関係を図-3 に示した． $\mu/\mu_0$  は，実験値<sup>3)</sup> の初期勾配を弾性と仮定し， $\mu/\mu_0 = 1.0$  とした．また文献<sup>2)</sup> を参考にして，内部摩擦係数  $\alpha_\phi = 0.2$  とし，降伏点を下げピーク以前での塑性領域を再現する．べき乗係数は  $n = 0.28$  と固定した．硬化係数  $h$  が減少するにつれてピーク応力比とその時の変位量が減少する．

べき乗係数  $n$  の検討を行う． $n = 0.1, 0.2, 0.25, 0.3$  とした場合の無次元化変位応力比関係を図-4 に示した．ここでも  $\mu/\mu_0 = 1.0$ ，内部摩擦係数  $\alpha_\phi = 0.2$  とした．ここでは，硬化係数を  $h = 2.0$  とした．相当塑性ひずみが生じていない降伏直後の初期勾配はほぼ変わらない．べき乗係数  $n$  が減少するにつれて剛性低下が早く生じている．特に  $n = 0.1$  は，他とは違う挙動を示した．

以上の検討より，実験値とフィッティングした四つのモデルを図-5 に示した．また，軟化後の供試体内部

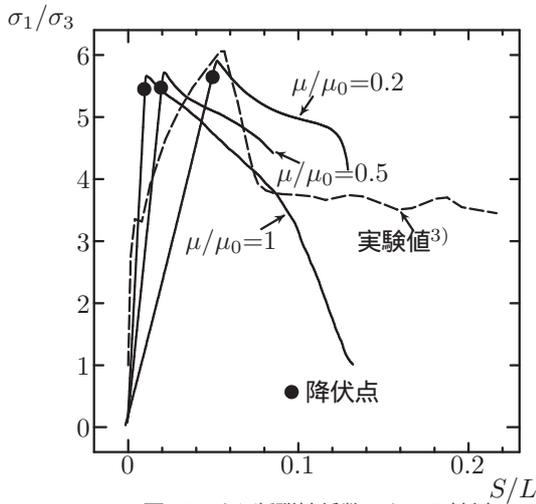


図-2 せん断弾性係数  $\mu/\mu_0$  の検討

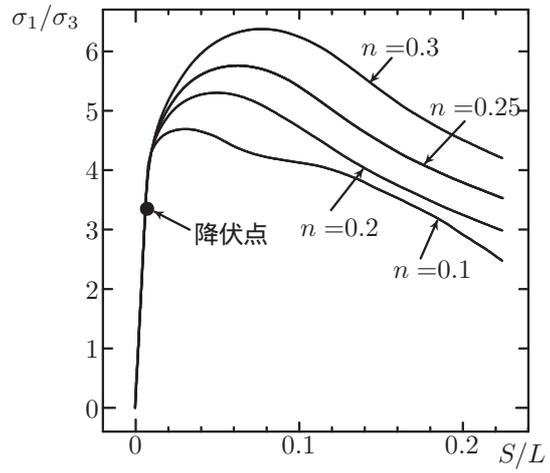


図-4 べき乗係数  $n$  の検討

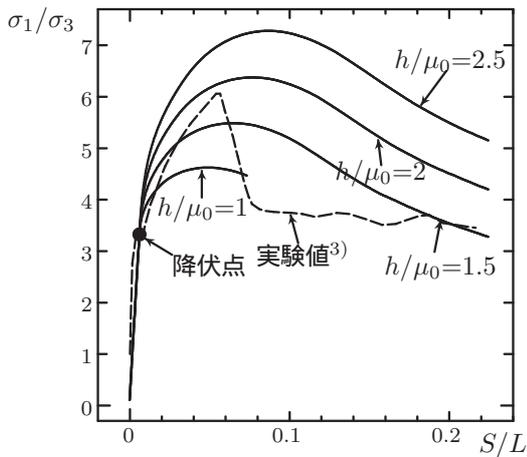


図-3 硬化係数  $h$  の検討

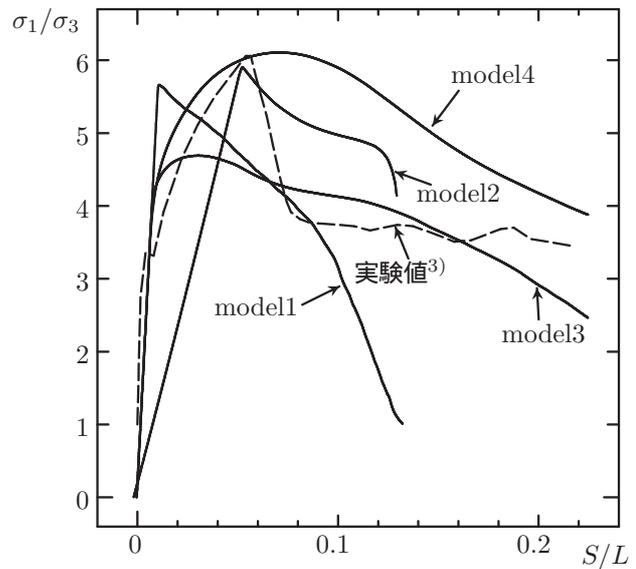


図-5 要素試験とのフィッティング

の相当残留ひずみ分布図を図-6に記載した．model1は、実験値の初期勾配を弾性と仮定し、ピーク強度を合わせた．線形硬化則を用いて、せん断弾性係数を  $\mu/\mu_0=1$  としたものである．他のモデルと比べ角度のない局所帯が観察できる．model2は、ピーク前のフィッティングは考えず、実験値のピーク応力比とその時の無次元化変位を合わせた．線形硬化則を用いて、せん断弾性係数を  $\mu/\mu_0=0.2$  としたものである．明瞭な局所帯が発達し、実験<sup>3)</sup>と定性的に合う．model3は、実験値の初期勾配を弾性と仮定し、ピーク応力比は実験より低いものの、これも定性的には実験<sup>3)</sup>と良く合う．非線形硬化則を用いて、せん断弾性係数  $\mu/\mu_0=1$ 、硬化係数  $h=2$ 、べき乗係数  $n=0.1$  としたものである．model4は、実験値の初期勾配を弾性と仮定し、ピーク応力比とその時の無次元化変位を合わせた．ピーク以前の塑性領域を定量的に捉えたパターンである．他と比べ、明確な局所帯が形成されていない．

#### 4. 支持力問題

前章の平面ひずみ圧縮試験で同定された四つのモデルの材料パラメータを用いて、支持力問題の解析を行う．

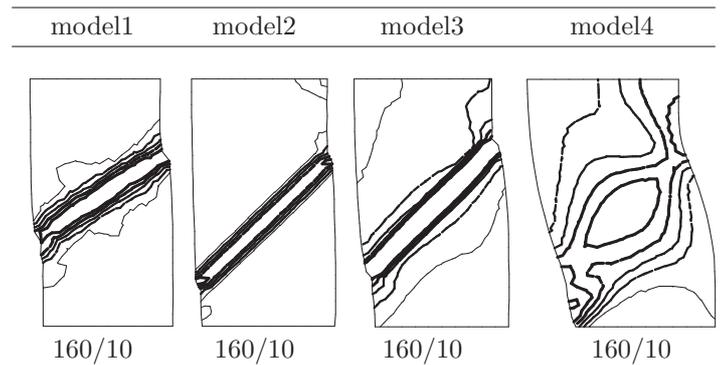


図-6 供試体内部の相当残留ひずみ分布図

解析対象の有限要素分割の左半分を図-7に示す．境界条件は底辺を両方向に固定し、左右辺は水平方向のみ固定である．ここで、載荷板は降伏しないような材料定数に設定した．載荷方法は図-8に示したように載荷板の上面に一樣な強制変位  $\Delta v$  を与える．

変位荷重関係を図-9に示す．どのパターンも実験結果<sup>4)</sup>と比べ、剛な挙動となる．線形硬化則を用いた model1,

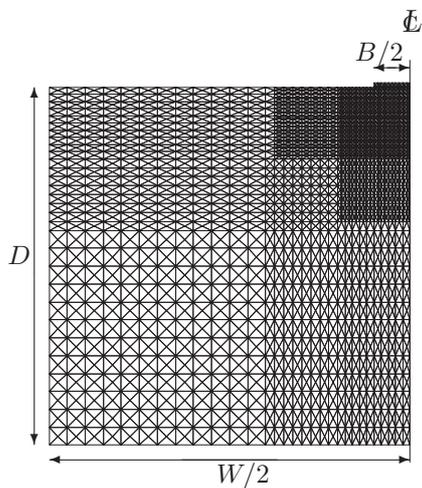


図-7 解析対象の有限要素メッシュ図

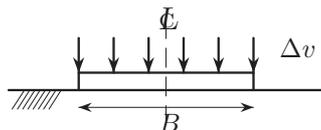


図-8 載荷板への載荷方法

model2 は、急な剛性低下を生じるが、非線形硬化則を用いた model3, model4 は、滑らかに剛性が低下する。

model1 と model4 の A 点での相当残留ひずみ分布を図-10 に示す。model1 では明瞭な局所帯が観察されるが、model4 では局所帯は明確には形成されていない。model2 の剛性低下前後 A, B での相当残留ひずみ分布を図-11 に示す。A 点では載荷板の端部から局所帯の進行が見られ、B 点で V 字型の明瞭な局所帯とその内側に向う局所帯が観察された。一連の局所帯とそれに付随する剛性低下は、実験と良く合う<sup>4)</sup>。

## 5. 結論

白戸・岩熊が提案した軟化を含まない構成モデル<sup>1)</sup>を Drucker-Prager モデルに拡張したモデル<sup>2)</sup>を用いて、異なる硬化則を導入し、強度予測を行った。

- 線形硬化則を用いると、局所帯内部に変形が集中し、強度が急に低下し、実験により近い結果が得られる
- 一方、非線形硬化則の場合には、強度が緩やかに上昇してしまう
- べき乗則の硬化係数を大きくしたまま、べき乗係数  $n$  を調整したことから強めの予測になった

## 参考文献

- 1) 白戸真大, 岩熊哲夫: 微視すべりを組み込んだ構成モデル その大変形問題への適用, 土木学会論文集, No.598/I-44, pp.257-268, 1998.
- 2) 佐藤友亮, 岩熊哲夫: 局所化した変形と強度に及ぼす内部摩擦角の影響 土木学会東北支部技術研究会公演概要集, I-31, pp.82-83, 2004.
- 3) 吉田 輝, 亀谷泰久, 龍岡文夫, 董軍: 砂礫の平面ひずみ圧縮試験におけるせん断層の応力・変形関係, 地盤の破壊

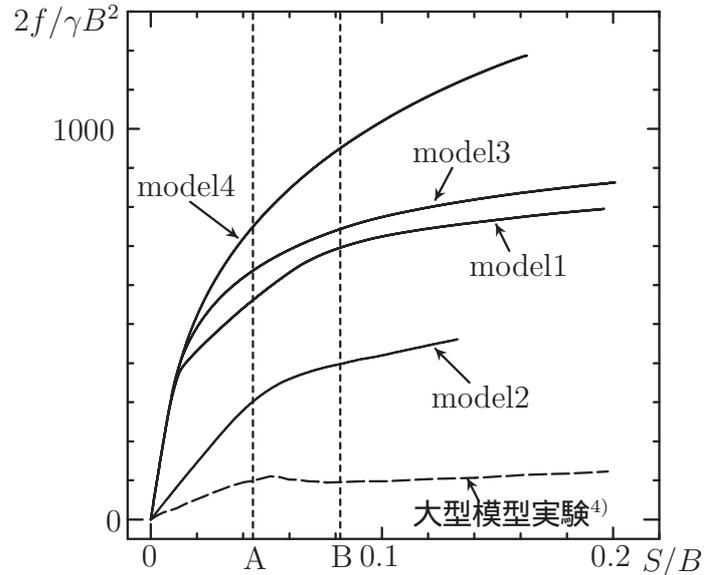


図-9 要素試験で同定した材料定数を用いた変位荷重関係

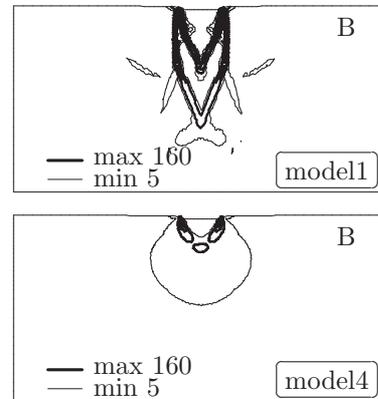


図-10 線形硬化則と非線形硬化則の変形挙動の比較

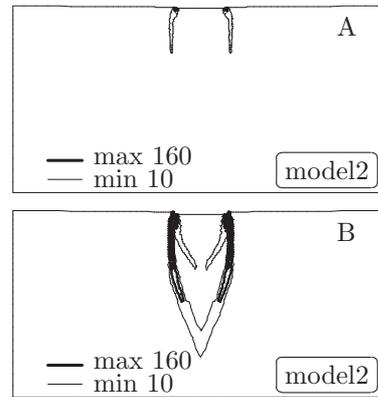


図-11 線形硬化則を用いた場合に生じた剛性低下の要因

とひずみの局所化に関するシンポジウム, 発表論文集, pp. 189-1962, 1994.

- 4) 森浩樹, 岡原美知男, 高木章次, 小幡宏, 小池真一, 龍田昌毅, 龍岡文夫, 森本励, 山田勝彦: 砂地盤上の浅い基礎の大型支持力実験(その1), 実験概要及び荷重沈下特性, 土木学会第44回年次学術講演会概要集, III-364, pp. 802-803, 1989.

(2007年2月6日提出)