

解析的平均化手法に界面剥離を組み込んだ複合材料モデル

A constitutive model by an analytical homogenization with debonding

グエン デュイ シン*

Nguyen Duy SINH

*構造強度学研究室（指導教官：岩熊哲夫 教授）

Applications of composites in the construction industry, such as steel bridge repairs using graphite-epoxy composites, are growing rapidly. The most concern in composite materials is the interface debonding between the fiber and matrix. We employ an analytical model considering partial debonding along fiber's interface. When a fiber debonds, it was replaced by an equivalent one of debonded fiber. A scheme to calculate the stress re-distribution due to the partial debonding has been considered. Some numerical examples show characteristics and feasibility of this model.

Key Words : composites, interface debonding, Mori-Tanaka theory, stress re-distribution

1. はじめに

従来の建設材料と比べ複合材料は軽量で高靱性かつ耐久性がよいものがある。土木構造の観点からは、軽量で高強度が望ましい特性で、それに靱性も確保できるような材料開発が求められる。他にも例えば耐久性や耐食性に優れたものを製造することができるということなども特徴のひとつとして挙げられる。

さて、複合材料・積層材では、界面剥離・層間剥離が問題になっている。剥離によって材料特性の劣化に大きな影響を及ぼし、材料の破滅的な破壊にいたる場合がある。界面剥離の発生と進展を追うことは非常に重要である。界面剥離に及ぶ原因には様々あるが、界面での付着強度などが重要視されている。

解析的な手法から界面剥離問題を研究した例はいくつかあるが、その中には、Zhao and Weng¹⁾によると、剥離した介在物を「仮想介在物」に変換することができる。そこで、本研究では、介在物の第一引張主応力が剥離強度に達したら、その方向直角方向の界面に剥離が発生する。剥離した介在物を「仮想介在物」に変換し、これを森・田中平均化手法²⁾のような従来の平均化手法に直接組み込み、それを 3 次元有限要素に定式化する。剥離後の応力の再配分を考慮できた解析手法を提案し、数多く境界値問題を用いて介在物の分布や剥離基準の違いによる材料挙動の変化を比較し本手法の有用性を示す。

2. 界面剥離モデルと剥離基準

(1) 剥離基準の設定

森・田中理論において、介在物内部の応力は一様である。従って、特に球形あるいは回転楕円体介在物では、滑らかな曲面を持つので介在物の第一引張主応力は、界面のその主方向の応力と一致する。そこで、介在物内部の第一引張主応力がある値に達したときにその主方向直角方向の界面に剥離が発生するとし、その限界値を剥離強度 σ_d と呼ぶことにする。ここで、界面剥離は引張応力のみで発生し、圧縮応力では発生しないものとする。

次に、長軸が他の 2 軸に比べてかなり長い針型の回転楕円体の場合、その長軸方向に界面剥離が発生しても、側面の付着によりまだ十分に応力を伝達するだろう。なので長い針型の回転楕円体（形状比が 1:1:30 以上）の場合では、側面の第一引張応力が剥離強度に達するとその方向に界面剥離するとする。しかし、比較的球体に近い扁円介在物、扁長介在物の場合には側面の付着による応力伝達能力も低下し、剥離方向は応力状態によってばらつくはずである。そこで、扁円・扁長介在物の場合にも第一引張応力方向に界面剥離すると考えて、球体介在物の場合と同様な剥離基準とする。

(2) 仮想介在物の直交異方性弾性係数

Zhao and Weng による界面剥離モデルの特徴は、界面剥離が生じた場合の介在物の応力伝達能力に着目した点である。ある方向に界面剥離が生じると介在物はそ

の方向には応力を伝達しないという力学的観点からのみ考えると、完全付着はしているが、界面剥離が生じている方向にのみ応力を伝達しない「仮想介在物」が存在していることと等価であるとみなせる。

まず、介在物は等方弾性体であるとし、ローカル直交座標系 (x_1, x_2, x_3) において x_1 方向に剥離した場合を例に考える。剥離前の介在物の弾性テンソルを C_I とし、 c_{ij} の成分を持つものとする。介在物内の応力、ひずみテンソルをそれぞれ σ_I, ε_I とし、それぞれ $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$ の成分を持つものとする。完全付着の場合の介在物内部での応力ひずみ関係は以下のように書き表せる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 x_1 方向への界面剥離を考慮するには、介在物はその方向の応力を伝達しないという

$$\sigma_{11} = \sigma_{31} = \sigma_{12} = 0 \quad (2)$$

の条件を満足するように式 (1) を展開すればよい。最終的には、 x_1 方向に応力伝達しない仮想介在物の応力ひずみ関係は

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= 0 \\ \begin{Bmatrix} \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} &= - \left[\begin{pmatrix} C_{12} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{46} & C_{46} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{11} & C_{15} & C_{16} \\ C_{15} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{56} & C_{66} \end{pmatrix} \right] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \end{Bmatrix} \\ &\quad + \begin{pmatrix} C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ C_{23} & C_{33} & C_{34} \\ C_{24} & C_{34} & C_{44} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \end{Bmatrix} \\ \sigma_{31} &= 0 \\ \sigma_{12} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

となる。この応力ひずみ関係を

$$\sigma_I = C_I^d \varepsilon_I \quad (4)$$

とおけば、これが仮想的に界面剥離を表現した場合の応力ひずみ関係であり、 C_I^d が仮想ファイバーの弾性テンソルである。

3. 平均化手法と弾塑性構成則

(1) 2相複合材料の弾塑性構成関係

本研究では、2相材料の平均化手法として森・田中理論に増分型 J_2 流れ理論を組み込んだ複合材料の弾塑性構成モデルを用いる。ここでは簡単のために、介在物は補強材であるので常に弾性であるとし、母材のみが降伏するとした。このとき、マクロ的応力増分 $\dot{\sigma}$ 、マクロ的ひずみ増分 $\dot{\varepsilon}$ 、母材の応力増分 σ_M 、介在物の応力増分 σ_I の構成関係は、

$$\dot{\sigma} = X (C_M, C_I, S, I, f, \sigma_y, h_M, n_M, \varepsilon_M^p) \dot{\varepsilon} \quad (5a)$$

$$\dot{\sigma}_M = Y (C_M, C_I, S, I, f, \sigma_y, h_M, n_M, \varepsilon_M^p) \dot{\varepsilon}_M \quad (5b)$$

$$\dot{\sigma}_I = Z (C_M, C_I, S, I, f, \sigma_y, h_M, n_M, \varepsilon_M^p) \dot{\varepsilon}_I \quad (5c)$$

となる。非常に煩雑ではあるが、ここで X, Y, Z は、母材の弾性テンソル C_M 、介在物の弾性テンソル C_I 、介在物の形状を定義する Eshelby のテンソル S 、単位テンソル I 、介在物の体積比率 f 、母材の降伏応力 σ_y^M 、母材の硬化パラメータ h_M, n_M 、母材部分の塑性ひずみ ε_M^p で構成される 4 階のテンソルであり、その関数として陽に表現される。界面剥離が発生した場合には、介在物の弾性テンソル C_I を、式 (4) の仮想ファイバーの弾性テンソル C_I^d に置き換えることに注意する。

(2) 森・田中理論による弾塑性構成関係

本研究では複合材料の構成関係を有限要素法の要素接線剛性に用いることで、複合材料を用いた構造の境界値問題の解法にしようとしている。一般的な有限要素法における材料構成則を変更するだけなので、要素を作成するにあたっての特別な配慮は必要ない。要素は、8 節点アイソパラメトリック 6 面体要素を、非線形解析に対応させるため増分型に改良したものをを用いる。その場合、要素 e の要素接線剛性方程式は次のように書ける。

$$K_e \dot{U}_e = \dot{F}_e \quad (6)$$

\dot{d}_e は節点変位ベクトル増分、 \dot{F}_e は節点荷重ベクトル増分である。 K_e は要素接線剛性行列で、

$$K_e = \int_{\Omega_e} (\partial N_e)^T X (\partial N_e) dV \quad (7)$$

の形を持つ。 N_e は形状関数、 ∂ は適切な微分演算子からなる行列である。ここで用いている X が、式 (5a) の接線係数テンソルに対応していることにさえ注意すればよい。

(3) 界面剥離による応力再分配

実際の物理現象では界面剥離が発生した瞬間に応力伝達能力が失われ、介在物内応力が解放され介在物と母材の間に応力が再分配されるため、誘発的に剥離が発生する。剥離により応力再分配を考慮した弾塑性挙動の計算は次のように示す。ステップ n で内力と外力が釣り合っているとす。つまり、不釣合力 R は

$$R \equiv F_{ext} - F_{int} = 0$$

が成り立つ。そして、各相の量： $\sigma_{M(n)}$, $\epsilon_{M(n)}^p$, $\epsilon_{M(n)}^e$, $\sigma_{I(n)}$, $\epsilon_{I(n)}^e$ が既知量とする。次のステップ $n+1$ で不釣合力 $R = F_{ext} - F_{int}$ が生じる。

1. Equilibrium equation

$$K_{(n+1)}^{(i)} \dot{U}^{(i)} = R^{(i)}$$

Compute macro-strain increment $\dot{\epsilon}_{n+1}$ and macro-stress increment $\dot{\sigma}_{n+1}$:

$$\dot{\epsilon}_{n+1} = \partial N \dot{U}^{(i)} \quad ; \quad \dot{\sigma}_{n+1} = X_{n+1} \dot{\epsilon}_{n+1}$$

2. Compute each phase's stress :

If $\dot{\epsilon}_{M(n+1)}^p = 0 \Rightarrow \sigma_{M(n+1)}^{(tr)}$ and $\sigma_{I(n+1)}^{(tr)}$ by 5b and 5c.
Use "Return mapping algorithm" $\Rightarrow \dot{\epsilon}_{M(n+1)}^p$

Compute $\sigma_{M(n+1)}$ and $\sigma_{I(n+1)}$ by 5b and 5c.

4. Micro elastic strain of two phases:

$$\begin{cases} \epsilon_{M(n+1)}^e = C_M^{-1} \sigma_{M(n+1)} \\ \epsilon_{I(n+1)}^e = C_I^{-1} \sigma_{I(n+1)} \end{cases}$$

5. Debonding decision:

If $\sigma_{I(n)} > \sigma_d$ then

Re-evaluation of stress:

$$\begin{cases} \sigma_{M(n+1)} = \text{same} \\ \sigma_{I(n+1)} = C_d \epsilon_{I(n+1)}^e \\ \bar{\sigma}_{n+1} = (1-f) \sigma_{M(n+1)} + f \sigma_{I(n+1)} \end{cases}$$

End if

6. Check equilibrium condition:

Evaluation internal force:

$$F_{int} = \int_V \partial N^T \bar{\sigma}_{n+1} dV$$

Compute non-equilibrium force:

$$R^{(i+1)} = F_{ext} - F_{int}$$

If $R^{(i+1)} > Tol$ Then go to 1.

Else

7. Update values:

$$\begin{cases} C_I \leftarrow C_d \\ \text{update tensor } A, B, D, E, F \\ \text{update tensor } \bar{C}, X_{n+1}, K_{n+1} \end{cases}$$

4. 数値解析結果

本研究で用いるモデルを図-1 に示す。右端の全節点を引張問題では、右向きに強制変位 $8.35 \times 10^{-5} \text{m/step}$ 、曲げ問題では、上向きに 0.001m/step の増分を与える。材料は、5456Al の母材、 $E_M = 73 \text{GPa}$, $\nu_M = 0.33$, $\sigma_y = 230 \text{MPa}$, 硬化パラメータ $h_M = 68 \text{MPa}$, $n = 0.135$ である。介在物は Sic で、球形あるいは形状比が 1:1:3 の回転楕円体、 $E_I = 485 \text{GPa}$, $\nu_I = 0.20$, 体積率 $f = 20\%$ で占めている。

(1) 1 軸引張

図-2 は球形介在物を用いて剥離強度が $\sigma_d = 400 \text{MPa}$, 450MPa , 500MPa と異なる場合についてのマクロ応力-ひずみ関係である。球形介在物なので全要素に同時に剥離が発生したため、応力が急に低下する。同図に最初から軸方向に剥離した状態を持つ場合のマクロ応力-ひずみ曲線を破線で示す。 $\sigma_d = 400 \text{MPa}$ の場合は弾性域で剥離が発生したのでこの場合のマクロ応力-ひずみ曲線は上記の破線までに落ちて、その後ほぼ一致している。剥離直後の複合材料は一旦弾性変状態になるので、剥離後はどのケースでも同じ弾性勾配で応力が上がっていく。最終的に降伏した後、剥離強度による影響が解消され、3 ケースともほぼ同じ抵抗を示した。

次に回転楕円体介在物の向きによる影響について検討する。図-3 には介在物が軸方向に整列する場合とランダムに分布する場合のマクロ応力-ひずみ関係を示す。ここで、剥離強度 $\sigma_d = 950 \text{MPa}$ と設定した。剥離前では、介在物が整列する場合は強い強度を示したが、剥離後はランダムに分布する場合より挙動が軟らかくなっている。これは介在物がランダムに分布する場合では、剥離が徐々に生じているからである。図-4 には、介在物がランダムに分布する場合の $\bar{\epsilon}_{11} = 0.01$ のときの剥離状態を示す。また図中に円で囲まれた部分に注目すると一要素で生じた剥離によって周りの要素も誘発的に剥離が発生されることに相当する。

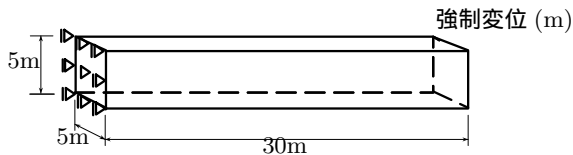


図-1 解析対象 (1920 要素)

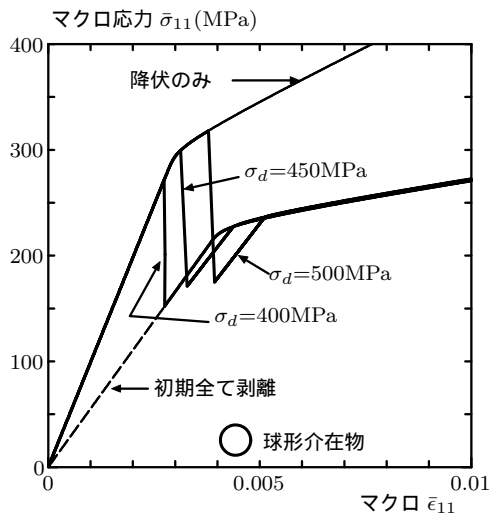


図-2 引張モデル/剥離強度による影響

(2) 片持ち梁の曲げ

次に、内部のミクロ構造の違いによる特性を検討するため片持ち梁の曲げ解析を行う。図-5 には、球形介在物を用いて剥離強度が $\sigma_d = 350 \text{ MPa}$ 、 500 MPa 、 650 MPa となる場合についての荷重 - 変位関係を示す。曲げ問題では、界面剥離が徐々に発生するので荷重 - 変位曲線は剥離による勾配の急変が見られない。剥離強度 $\sigma_d = 500 \text{ MPa}$ の場合は降伏直後に剥離が発生し、母材の塑性変形による影響が小さいので、ある程度変形が進むと弾性域での剥離発生した場合の荷重 - 変位曲線に近づいていく。

介在物がランダムに分布する場合は、上記の同様な解析で剥離強度による影響について検討したが、球形介在物の場合とほぼ同じ傾向が見られた。図-6 には、介在物がランダムに分布する場合の強制変位 $u=1.4\text{m}$ の剥離状態を示す。

5. おわりに

仮想介在物という非常に簡単な概念を用いた界面剥離モデルを解析的な平均手法と組み合わせ、新たに剥離基準を仮定することで、3次元的な剥離の発生と進行を予測する手法を提案した。そして、直感的に分かりやすい問題を例に解析した結果、剥離強度の違いは、剥離が発生する段階の材料の挙動には大きな影響を及ぼすが、剥離の進展がある程度進みきった後の挙動に

マクロ応力 $\bar{\sigma}_{11}$ (MPa)

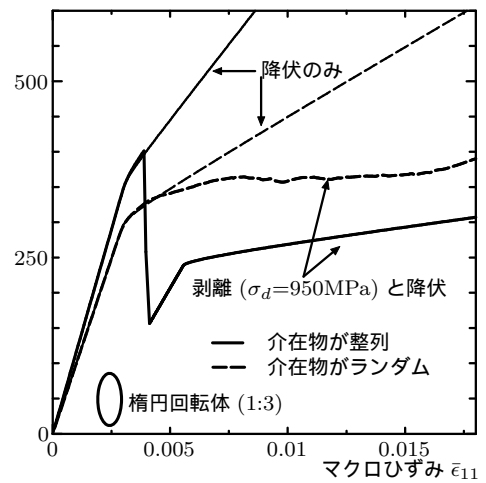


図-3 引張モデル/介在物の向きによる影響

図-4 介在物がランダムに分布するときの剥離状態

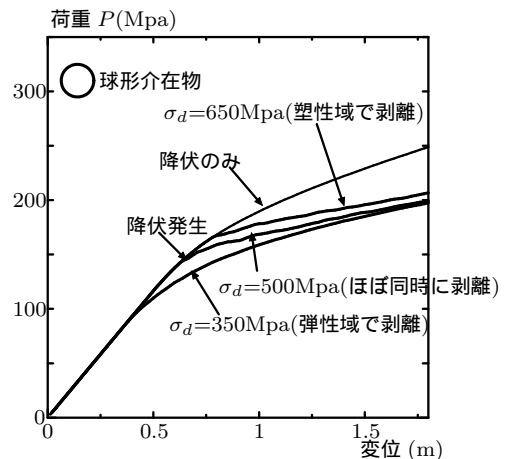


図-5 曲げモデル/剥離強度による影響

図-6 介在物がランダムに分布するときの剥離状態

はあまり影響を及ぼさない。また、応力再配分を考慮出来るようにした結果、剥離した介在物の応力再分配によって、その周辺では界面剥離が誘発的に発生する現象も追跡できた。

参考文献

- 1) Zhao, Y.H. and Weng, G.J.: Transversely isotropic moduli of two partially debonded composites, *Int. J. Solids Structures*, Vol.34, pp.493-507, 1997.
- 2) Mori T. and Tanaka K.: Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions, *ACTA Metal.*, Vol.21, pp.571-574, 1973.

(2007年2月6日提出)