

界面剥離モデルの改定とそれを含む 3 次元有限要素の定式化

Revision of debonding model and the corresponding 3-dimensional finite element

河原 佳武*

Yoshitake KAWARA

*構造強度学研究室 (指導教官: 岩熊哲夫 教授)

Partial debonding along interface of inclusions becomes a important problem in the initial stage of fracture phenomena of composite materials. We employed a debonding model that take stress transmission characteristics of inclusion into account, and built this model into 3-dimensional finite element. In addition, a numerical procedure to calculate the stress redistribution due to the partial debonding has been considered. Simple numerical examples show characteristics and feasibility of this model.

Key Words : composites, partial debonding, Mori-Tanaka theory, finite element analysis

1. はじめに

複合材料の破壊現象において材料界面での剥離現象はその強度を支配する大きな問題となる。比較的軟らかい弾塑性の母材に硬い介在物が分散している複合材料では、母材の塑性変形に加えて、母材と介在物の間に剥離現象が生じ、材料特性の劣化に大きな影響を及ぼすことが知られている。そこで、複合材料の初期材料設計を行うにあたり、界面剥離の発生と進展を追うことが非常に重要であることがわかる。

解析的な手法から界面剥離問題を研究した例はいくつかあるが、その中には、Zhao and Weng による介在物の応力伝達能力に着目した研究¹⁾がある。これは、森・田中平均化手法²⁾のような従来の平均化手法に直接組み込むことができるという点で扱いが簡便である。この剥離モデルを組み込んだ平均化手法を 3 次元有限要素法に適用することで剥離の発生と進展の予測を試みる。さらに、従来の研究では考慮されていなかった界面剥離による応力再分配をも取り入れた解析手法を提案する。

2. 界面剥離モデルと剥離基準

(1) 仮想介在物の直交異方性弾性係数

Zhao and Weng による界面剥離モデル¹⁾の特徴は、界面剥離が生じた場合の介在物の応力伝達能力に着目した点である。ある方向に界面剥離が生じると介在物はその方向には応力を伝達しないという力学的観点からのみ考えると、完全付着はしているが、界面剥離が生じている方向にのみ応力を伝達しない仮想介在物が存在していることと等価であるとみなせる。

まず、等方弾性体である介在物が直交座標系 (x_1, x_2, x_3) において x_1 方向に剥離した場合を考える。完全付着、

つまり界面剥離が発生していない場合の介在物の弾性テンソルを C_1 とし、 c_{ijkl} の成分を持つとする。介在物内部の応力テンソルとひずみテンソルをそれぞれ σ_1, ε_1 とする。このとき、完全付着の場合の介在物内部の応力ひずみ関係は Voigt 表記を用いると

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= c_{11}\varepsilon_{11} + c_{12}\varepsilon_{22} + c_{13}\varepsilon_{33} \\ \sigma_{22} &= c_{21}\varepsilon_{11} + c_{22}\varepsilon_{22} + c_{23}\varepsilon_{33} \\ \sigma_{33} &= c_{31}\varepsilon_{11} + c_{32}\varepsilon_{22} + c_{33}\varepsilon_{33} \\ \sigma_{23} &= c_{44}\varepsilon_{23}, \sigma_{31} = c_{55}\varepsilon_{31}, \sigma_{12} = c_{66}\varepsilon_{12} \end{aligned} \quad (1)$$

x_1 方向への界面剥離を考慮するには、介在物が応力伝達しないという

$$\sigma_{11} = \sigma_{31} = \sigma_{12} = 0 \quad (2)$$

の条件を満足するように式 (1) を整理すればよい。最終的には、 x_1 方向に応力伝達しない仮想介在物の応力ひずみ関係は

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= 0 \\ \sigma_{22} &= \left(c_{22} - \frac{c_{21}c_{12}}{c_{11}} \right) \varepsilon_{22} + \left(c_{23} - \frac{c_{21}c_{13}}{c_{11}} \right) \varepsilon_{33} \\ \sigma_{33} &= \left(c_{32} - \frac{c_{31}c_{12}}{c_{11}} \right) \varepsilon_{22} + \left(c_{33} - \frac{c_{31}c_{13}}{c_{11}} \right) \varepsilon_{33} \\ \sigma_{23} &= 2c_{44}\varepsilon_{23}, \sigma_{31} = 0, \sigma_{12} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

となる。この応力ひずみ関係を

$$\sigma_1 = C_1^d \varepsilon_1 \quad (4)$$

とおけば、これが仮想的に界面剥離を表現した場合の応力ひずみ関係であり、 C_1^d が仮想介在物の弾性テンソルである。ちなみにこれは $x_2 - x_3$ 平面での平面応力状態である。

(2) 剥離基準の設定

Zhao and Weng の界面剥離モデルを境界値問題に組み込み、界面剥離の発生と進展を予測するために、具体的な剥離基準を設ける必要がある。本研究では、介在物界面の法線方向応力に注目して剥離基準を仮定する。

森・田中理論において介在物内部の応力は一様である。従って、特に球形介在物の場合、介在物の第1主応力は、界面のその主方向の応力と一致する。そこで、介在物内部の第1主応力がある値に達したときにその主方向に界面剥離が発生するとし、その限界値を剥離応力 σ_d と呼ぶことにする。ここで、界面剥離は引張応力のみで発生し、圧縮応力では発生しないということに注意する。圧縮応力下でも界面には何らかのダメージは発生するだろうが、先に述べた仮想介在物の元々の概念である応力伝達能力の観点からすれば、圧縮応力下では十分に応力を伝達するため、圧縮応力下では界面剥離は発生しないものとする。

次に、長軸が他の2軸に比べてかなり長い針型の回転楕円体の場合、その長軸方向に界面剥離が発生しても、側面の付着によりまだ十分に応力を伝達するだろうということは容易に想像できる。これと同じことは Zhao and Weng¹⁾ も言及している。しかし、比較的球体に近い扁円介在物、扁長介在物の場合には側面の付着による応力伝達能力も低下し、剥離方向は応力状態によってばらつくはずである。そこで、扁円・扁長介在物の場合にも最大引張応力方向に界面剥離することが物理的にも妥当であるここでは仮定し、球体介在物の場合と同様に介在物内部の第1主応力を剥離基準とする。介在物は滑らかな曲面を持つ回転楕円体であるので、その界面は介在物の主方向と一致する法線方向を必ず持つ。つまり、扁円・扁長介在物の場合は、母材と介在物の界面法線方向と介在物の第1主応力方向が一致する界面上で剥離が起こると考えることにする。

3. 平均化手法と弾塑性構成則

(1) 2相複合材料の弾塑性構成関係

本研究では、2相材料の平均化手法として森・田中理論に増分型 J_2 流れ理論を組み込んだ複合材料の弾塑性構成モデルを用いる。ここでは簡単のために、介在物は補強材であるので常に弾性であるとし、母材のみが降伏するとした。このとき、巨視的応力増分 $\bar{\sigma}$ 、巨視的ひずみ増分 $\bar{\epsilon}$ 、母材の応力増分 σ_M 、介在物の応力増分 σ_1 の構成関係は、

$$\dot{\bar{\sigma}} = X(C_M, C_1, S, I, f, \sigma_y, h_M, n_M, \epsilon_M^p) \dot{\bar{\epsilon}} \quad (5a)$$

$$\dot{\sigma}_M = Y(C_M, C_1, S, I, f, \sigma_y, h_M, n_M, \epsilon_M^p) \dot{\epsilon}_M \quad (5b)$$

$$\dot{\sigma}_1 = Z(C_M, C_1, S, I, f, \sigma_y, h_M, n_M, \epsilon_M^p) \dot{\epsilon}_1 \quad (5c)$$

となる。非常に煩雑ではあるが、ここで X, Y, Z は、母材の弾性テンソル C_M 、介在物の弾性テンソル C_1 、

介在物の形状を定義する Eshelby のテンソル S 、単位テンソル I 、介在物の体積比率 f 、母材の降伏応力 σ_M^y 、母材の硬化パラメータ h_M, n_M 、母材部分の塑性ひずみ ϵ_M^p で構成される4階のテンソルであり、その関数として陽に表現される。界面剥離が発生した場合には、介在物の弾性テンソル C_1 を、式(3)の仮想ファイバーの弾性テンソル C_1^d に置き換えることに注意する。

(2) 森・田中理論による弾塑性構成関係

本研究では複合材料の構成関係を有限要素法の要素接線剛性を用いることで、複合材料を用いた構造の境界値問題の解法にしようとしている。一般的な有限要素法における材料構成則を変更するだけなので、要素を作成するにあたっての特別な配慮は必要ない。要素は、8節点アイソパラメトリック6面体要素を、非線形解析に対応させるため増分型に改良したものをを用いる。その場合、要素 e の要素接線剛性方程式は次のように書ける。

$$K_e \dot{d}_e = \dot{F}_e \quad (6)$$

\dot{d}_e は節点変位ベクトル増分、 \dot{F}_e は節点荷重ベクトル増分である。 K_e は要素接線剛性行列で、

$$K_e = \int_{\Omega_e} (\partial N_e)^T X (\partial N_e) dA \quad (7)$$

の形を持つ。 N_e は形状関数、 ∂ は適切な微分演算子からなる行列である。ここで用いている X が、式(5a)の接線係数テンソルに対応していることにさえ注意すればよい。

(3) 界面剥離による応力再分配

実際の物理現象では界面剥離が発生した瞬間に応力伝達能力が失われ、介在物内応力が解放・再分配されるため、誘発的に発生する剥離があるはずである。本手法では増分解析をしているため、釣り合い式を満たしつつ介在物内部だけの応力解放を行うことは難しい。そこで、本研究では解析対象の全体接線剛性の変化による周りの応力の再分配によってそれを近似するという手法を用いる。これによって、剥離要素の介在物内部の応力を解放することはできないものの、界面剥離による応力再分配量を算定することは可能であり、誘発的に発生する界面剥離も予測することは可能になる。

界面剥離が発生すると介在物は直交異方性の仮想介在物になるためその全体接線剛性は ΔK だけ変化する。同時に応力解放が発生し、変位も $\Delta \dot{u}$ だけ変化するはずである。つまり、接線剛性方程式は、

$$\dot{F} = (K + \Delta K) (\dot{u} + \Delta \dot{u}) \quad (8)$$

これを整理すると

$$-\Delta K \dot{u} = K \Delta \dot{u} \quad (9)$$

Δu より求まる再配分応力を加えた後、新たに剥離基準に達した要素のチェックを行う。剥離基準に達した要素、つまり誘発的に発生する界面剥離があれば、再度 ΔK を計算して、応力の再配分を行う。1つの荷重ステップで誘発的に発生する剥離がなくなるまで以上の操作を繰り返した後、次の荷重ステップに移行する。

ここで注意することは、介在物が界面剥離を起こしたとするとその方向に関する応力伝達能力を失うため、剥離方向の応力、つまり剥離応力は0とまではいかないまでも大きく減少し、介在物内部の応力状態は大きく変化すると予想できる。しかし、森・田中理論は複合材料の平均剛性から巨視的な応力を求め、そこから母材と介在物それぞれの応力を求めるため、釣り合い条件等の点から見ると、直接的に介在物の応力を除荷することができない。従って、界面剥離が発生した段階で起こる周辺の応力変化は追うことができるが、剥離した介在物内部の応力状態は表すことができていないことに注意しなければならない。

4. 数値解析結果

(1) 1軸引張

まずモデルが有する基本的な材料特性を調べるために、図-1のような領域の右端に右向きの引張等分布荷重を載荷した場合の解析を行った。材料は、2124Al母材中に1:1:2の半径比のSiC介在物がランダムな向きで20%介在している複合材料を想定している。材料定数は、母材のヤング率 $E_M = 60 \text{ GPa}$ 、ポアソン比 $\nu_M = 0.3$ 、硬化パラメータ $h_M = 700 \text{ GPa}$ 、 $n = 0.55$ 、降伏応力 $\sigma_M^y = 180 \text{ MPa}$ 、そして介在物のヤング率 $E_I = 450 \text{ GPa}$ 、ポアソン比 $\nu_I = 0.2$ とする。

図-2は剥離応力が $\sigma_d = 100 \text{ MPa}$ 、 300 MPa と異なる場合についての荷重変位関係である。当然、 $\sigma_d = 100 \text{ MPa}$ の場合よりも $\sigma_d = 300 \text{ MPa}$ の方が剥離が遅れて発生する。単純引張問題ではあるが、介在物はランダムな方向を向いて分布しているため応力は一様にはならない。そのため、どちらの場合も剥離要素は徐々に発生する。 $\sigma_d = 100 \text{ MPa}$ の場合に、全要素に対する剥離要素の割合を剥離発生率とし、荷重荷重との関係を図-3に示した。ここからも、介在物の向きにより剥離が徐々に発生することが確認できる。また、 $\sigma_d = 300 \text{ MPa}$ の場合のように、塑性領域に入ってから剥離した場合は、接線剛性の違いから求められる変位量は塑性変形の影響を受けるため、荷重変位曲線はスムーズではなくなる。荷重荷重が $p = 350 \text{ MPa}$ をを超えてしまうと、 $\sigma_d = 100 \text{ MPa}$ 、 $\sigma_d = 300 \text{ MPa}$ の両方の場合とも、全要素で剥離と降伏が起こっていることから、剥離応力が異なっても平均剛性は等しくなっていて、変形過程により多少の違いがあるものの、それぞれの接線剛性はほぼ等しくなっている。

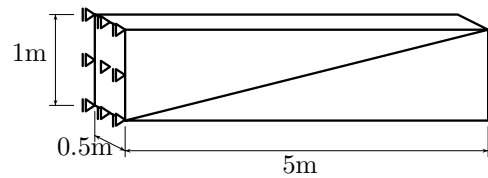


図-1 解析対象

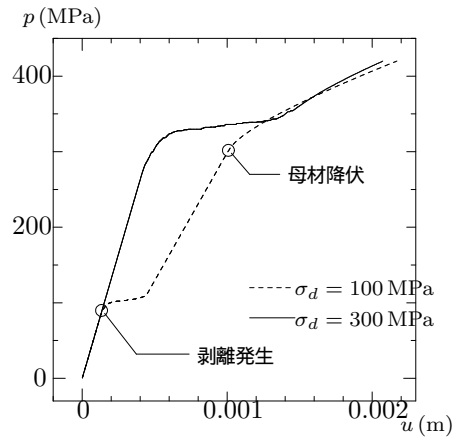


図-2 剥離応力 σ_d が違う場合の荷重変位曲線

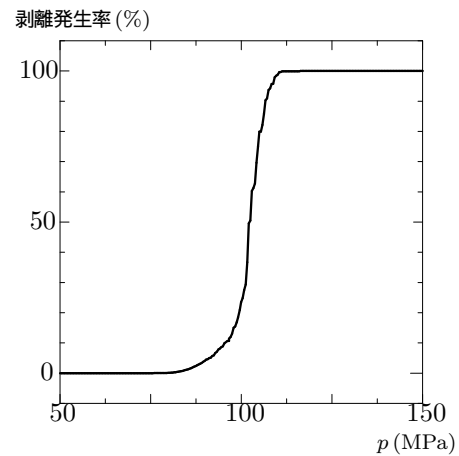


図-3 剥離発生率

(2) 片持ち梁の曲げ

次に、内部の微視構造の違いによる特性を検討するために図-1の右端に鉛直下向きに分布荷重を載荷した曲げ問題の解析を行った。ここでは、より具体的に介在物の向きの影響をみるために、介在物が整列した場合と、ランダムに分布した場合の挙動を比較する。そこで、剥離応力 $\sigma_d = 100 \text{ MPa}$ として、介在物が全て梁の橋軸方向に整列した場合と全てランダムな向きに分布した場合について解析を行った。図-4は、それぞれ荷重荷重 $p = 60 \text{ MPa}$ 、 240 MPa の場合について分布ごとの各

要素の状態図を表している．図-4-aは整列した場合，図-4-bはランダムな場合であり，黒い部分は剥離 & 降伏，濃い灰色は剥離のみ，薄い灰色は降伏のみ，白い部分は弾性状態を表している．荷荷が進むに伴って，上層に剥離領域が広がっていく．介在物がランダムな向きの場合には剥離要素の広がりにもばらつきが見られる．介在物の向きによる荷重変位関係の違いを示したものが図-5である．曲げに対して抵抗するように介在物が整列した場合の方が高い剛性が得られている．既往の研究³⁾と新たに剥離による応力再配分を考慮した本手法とを比べると，剛性低下がかなり大きいことが明らかである．

剥離応力 σ_d が異なる場合の荷重変位関係を図-6示した．剥離応力が高くなるに伴って剥離の発生が遅れることがわかる． $\sigma_d = 300$ MPa の場合は，母材の降伏と同時に剥離が発生するため，全体剛性の違いによって発生する変位量が大きくなり， $\sigma_d = 100$ MPa や $\sigma_d = 200$ MPa の場合と比べて剥離後の剛性の低下が著しい．そして，ある程度剥離が進んだ載荷荷重 $p = 200$ MPa 以降になるとその変形挙動には剥離応力の影響が小さい．これは，剥離後の損傷の進展のようなものを考慮していないからである．

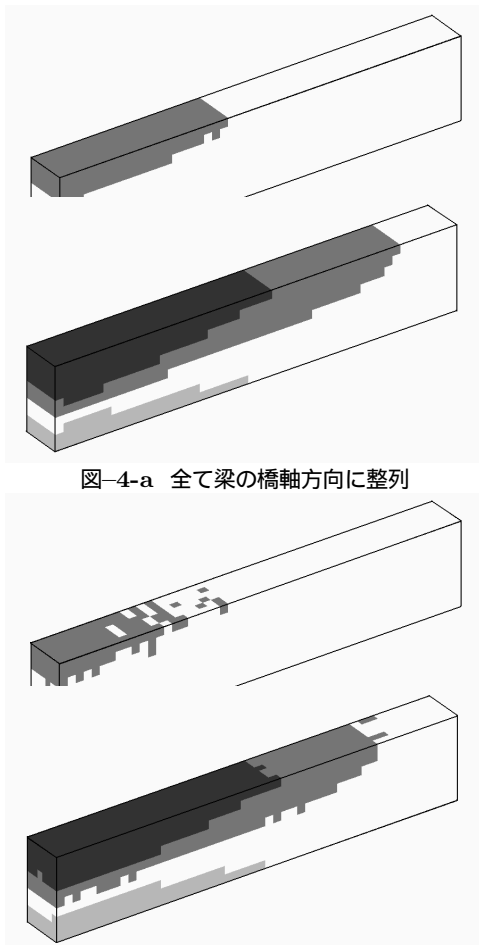


図-4-a 全て梁の橋軸方向に整列

図-4-b 全てランダム方向に整列

図-4 介在物の分布が異なる場合の状態図

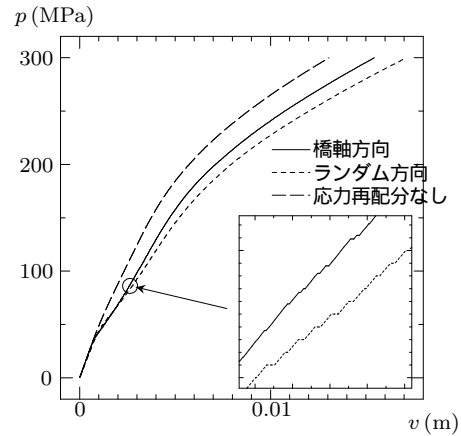


図-5 介在物の分布が異なる場合の荷重変位曲線

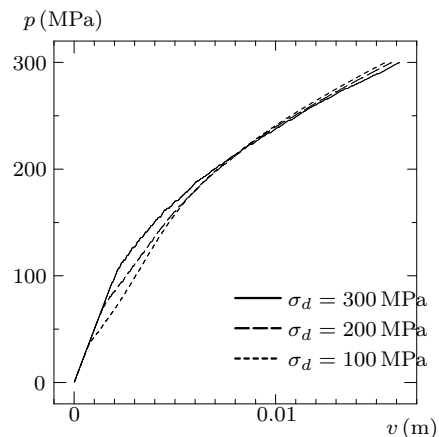


図-6 剥離応力 σ_d が異なる場合の荷重変位曲線

5. おわりに

仮想介在物という非常に簡単な概念を用いた界面剥離モデルを解析的な平均手法と組み合わせ，新たに剥離基準を仮定することで，3次元的な剥離の発生と進行を予測する手法を提案した．そして，直感的に分かりやすい問題を例に解析した結果，3次元的な解析対象，介在物分布の境界値問題でも剥離や降伏の発生と進展を良好に予測できることを確認した．また，剥離発生後の接線剛性の違いに注目することで，界面剥離による介在物の応力再配分を近似することによって，誘発的に発生する剥離も予測することができた．

参考文献

- 1) Zhao, Y.H. and Weng, G.J.: Transversely isotropic moduli of two partially debonded composites, *Int. J. Solids Structures*, Vol.34, pp.493-507, 1997.
- 2) Mori T. and Tanaka K.: Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions, *ACTA Metal.*, Vol.21, pp.571-574, 1973.
- 3) 樋口耕平, 岩熊哲夫: 界面剥離を組み込んだ複合材料有限要素, *応用力学論文集*, Vol.8, pp367-376, 2005.

(2006年2月7日提出)