

局所化した変形と強度に及ぼす内部摩擦係数の影響

Effect of internal friction on localized deformation and strength

佐藤 友亮*

Yusuke SATOH

*構造強度学研究室 (指導教官: 岩熊哲夫 教授)

Many experimental researches have been carried out to examine bearing capacity of spread foundations. On the other hand, although many numerical analyses have been also reported, most of them have resulted in poor predictions of localized deformation patterns and their developments, except a few studies with softening effects or a double-slip theory. We here employ the double-slip theory as well as a non-coaxial plasticity to simulate numerically developments of the deformation localization under spread foundations. In particular main focus is put on effects of internal friction. Some of the numerically obtained patterns of the localizations are in good agreement with the experimental observations.

Key Words : *internal friction, non-coaxiality, localization of deformation*

1. 序論

地盤材料などの社会基盤構造材料に対し、その延性的破壊挙動を数値的に追跡することは強度予測や材料設計において重要である。実験で観察される地盤の破壊挙動は強い非線形性を持つ進行性破壊であり、これを数値的に追跡する研究は多い。そのような中に、非共軸項を含む非関連流れ則と微視局所帯発生後の二重すべり機構を加えた塑性モデル¹⁾がある。最近の研究結果では、初期降伏条件に内部摩擦係数を導入して静水圧依存型のモデルとすることで、実験で観察されるすべり線に良く似た局所帯が得られている。本研究ではこのモデルを用いて数値解析を行う。

まず、一軸圧縮試験と三軸圧縮試験の数値解析を行う。ここでは主にせん断弾性係数 μ/μ_0 や内部摩擦係数 α などの影響を実験結果と比較しながら考察する。次に、その要素試験によって得られたパラメータを地盤の押し込み問題に適用する。ここでは対称載荷と偏心載荷のそれぞれについて解析を実施し、特に内部摩擦係数の影響に注意しながら、どの程度まで実験結果を予測することができるかについて検討する。

2. 構成モデル

(1) 基本構成則

変形速度テンソルとスピントテンソルは、弾性部分と塑性部分の重ね合わせより

$$D_{ij} \equiv d_{ij}^e + d_{ij}^p, \quad W_{ij} \equiv w_{ij}^e + w_{ij}^p, \quad (1)$$

となる。上付き文字 e と p はそれぞれ弾性成分と塑性成分を示す。このとき、Cauchy 応力の Jaumann 速度を

$$\overset{\circ}{\sigma}_{ij} \equiv \dot{\sigma}_{ij} - W_{ik}\sigma_{kj} - W_{jk}\sigma_{ki} \quad (2)$$

と定義する。また、弾性部分は Hooke の法則が成立するとして有限変形理論に一般化し、

$$d_{ij}^e = \frac{1}{4\mu}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})\overset{\circ}{\sigma}'_{ij} + \frac{1}{3\kappa}\delta_{ij}\delta_{kl}\frac{\overset{\circ}{\sigma}_{kl}}{3} \quad (3)$$

とする。ここに μ と κ はせん断弾性係数と体積弾性係数であり、プライムは偏差成分を表している。

塑性部分は文献¹⁾で用いたモデルと同様に、Rudnicki-Rice 型のモデルを加えた

$$d_{ij}^p = \frac{1}{H} \left(\frac{\sigma'_{ij}}{2\bar{\sigma}} + \frac{\beta_h}{3}\delta_{ij} \right) \left(\frac{\sigma'_{kl}}{2\bar{\sigma}} + \frac{\alpha_h}{3}\delta_{kl} \right) \overset{\circ}{\sigma}_{kl} + A \left\{ \overset{\circ}{\sigma}'_{ij} - \frac{1}{2\bar{\sigma}^2}\sigma'_{kl}\overset{\circ}{\sigma}_{kl}\sigma'_{kl} \right\} \quad (4)$$

を基本的なモデルとする。また、発展則に用いる内部摩擦係数 α_h とダイレタンシ係数 β_h は次式で定義する。

$$\alpha_h \equiv -3\frac{\partial F}{\partial \sigma_{kk}}, \quad \beta_h \equiv 3\frac{\partial G}{\partial \sigma_{kk}} \quad (5)$$

結局、式 (3) と式 (4) を式 (1) に代入すると、

$$\overset{\circ}{\sigma}_{ij} = C_{ijkl}D_{kl} \quad (6)$$

が基本の構成則となる。ここで、接線剛性 C は次式で表される。

$$C_{ijkl} = \left\{ \bar{\mu}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + \left(\kappa + \frac{2}{3}\bar{\mu} \right) \delta_{ij}\delta_{kl} \right\} + (\mu - \bar{\mu})\frac{1}{\bar{\sigma}^2}\sigma'_{ij}\sigma'_{ij} - \frac{1}{H + \mu + \kappa\beta_h\alpha_h} \left\{ \mu\frac{\sigma'_{ij}}{\bar{\sigma}} + \kappa\beta_h\delta_{ij} \right\} \left\{ \mu\frac{\sigma'_{kl}}{\bar{\sigma}} + \kappa\alpha_h\delta_{kl} \right\} \quad (7)$$

(2) 初期降伏条件

摩擦性材料のモデルとして、発展則と式 (5) の定義を念頭に置き、初期降伏条件を次式のように定義する。

$$f = \bar{\sigma} + 3\alpha I_1 - k_0(\Delta^p, \bar{\varepsilon}^p) \quad (8)$$

α は初期降伏における内部摩擦角に関するパラメータであり、 $\alpha_h/3$ と同義である。 α_h は局所変形の発達を抑制する効果も持っているため、本研究では α と α_h を区別している。

(3) 変形局所化の発生と、その後の微視すべり機構

式 (7) のままでは非共軸項の影響による解の不安定性が生じる。これに対処するため、二重すべりメカニズムをさらに重ね合わせた。具体的には、Hill の不連続条件式 $\det|n_i F_{ijk} m_l| = 0$ が成立したときに、Asaro による二重すべり機構が弾塑性構成則に付加される。全変形速度テンソル d と全スピン w は次式ようになる

$$d_{ij} = D_{ij} + d_{ij}^m = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i}) \quad (9)$$

$$w_{ij} = W_{ij} + w_{ij}^m = \frac{1}{2}(v_{i,j} - v_{j,i}) \quad (10)$$

ここに、 d^m と w^m が新たに付加される二重すべり成分である。応力に誘発された不連続性として二重すべりを捉えており、材料特性としてモデル化したわけではない点に注意する。なお、数値計算上の後続降伏応力は

$$\dot{F} = -\frac{\alpha}{3} \dot{\sigma}_{kk} + \zeta \frac{\rho_0}{\rho} d_{kk}^p + \eta \sqrt{2d_{ij}^p d_{ij}^p} \quad (11)$$

で逐次更新している。

3. 平面ひずみ圧縮試験

大きな広がりを持つ地盤や岩盤などの挙動を対象とするため、前章の構成モデルを平面ひずみ有限要素に組み込んだ。まず材料特性を検討するために、平面ひずみ圧縮試験の数値解析を行う。ここでは、一般的によく用いられている縦横比 $L/W = 2$ の長方形ブロックを用いる (図-1)。要素分割数は 800 要素とした。また、履歴による終局強度の差を明確にするため、初期不整 u_0 を次式のように与えた。

$$\frac{u_0}{L} = c \left[1 - \cos \left\{ 4\pi \left(\frac{y}{L} - \frac{1}{2} \right) \right\} \right] \quad (12)$$

境界条件は三軸圧縮試験を想定し、図-1 に示したように、最初に水平方向の側方変位 Δu を材料が降伏しない範囲内で与えることによって側圧を加え、その後にブロックの上端節点へ鉛直方向変位 Δv を与える方法をとった。載荷増分ステップはそれぞれ 5.0×10^{-5} と設定し、総変位量は $S = \sum_{\text{step}} \Delta v$ と定義した。

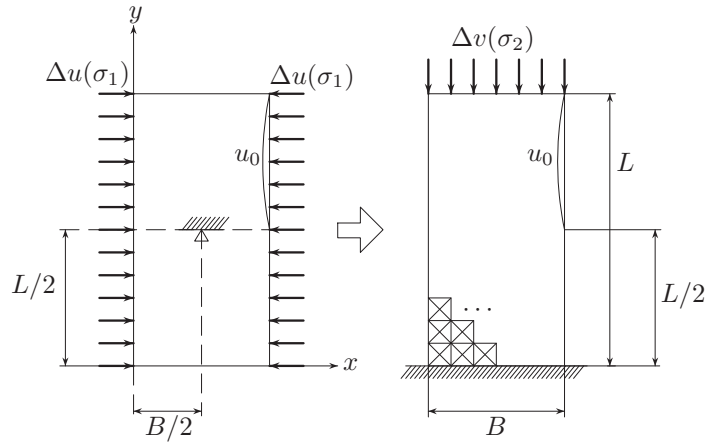


図-1 圧縮試験の載荷方法

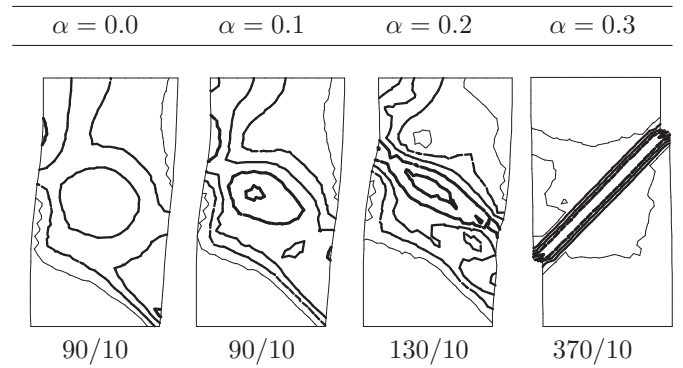


図-2 一軸圧縮試験のひずみ分布

(1) 一軸圧縮試験

α の影響を検討するために、側圧を与えない一軸圧縮試験を行った。 α の違いによる相当残留ひずみ分布の結果を図-2 に示す。下に示した数値はひずみの最大値と最小値 (単位 %) であり、各々その間を 4 等分した等高線で表示している。 α が大きいほどひずみの局所帯が顕在化する。その帯の角度は水平方向に対しおよそ 45 度であった。図-3 には対応する荷重変位曲線を示した。 $\alpha = 0.3$ の場合には、実験²⁾で観察されているように、局所帯が領域を貫通した瞬間に軟化挙動が始まる。

(2) 三軸圧縮試験

次に横拘束圧 σ_1 を加えた実験結果²⁾との比較を行う。比較対象の材料は標準豊浦砂であり、実験と同様の側圧 $\sigma_1 = 193$ kPa になるような側方変位を予め与えた。 α を 0.3, 0.28, ... としたときの荷重変位曲線と実験結果を図-4 に示す。縦軸は鉛直方向の応力 σ_2 と側圧 σ_1 の比である。ここでは、 $\alpha = 0.27$ のときのピークが豊浦砂の実験とほぼ一致している。ただし、ピークまでの変位量が人工軟岩の実験挙動程度に小さいので、どちらかといえば硬い岩あるいは密な砂のモデルになっている。なお、 $\alpha = 0.27$ のまません断弾性係数の無次元量を上記の結果の半分にして $\mu/\mu_0 = 0.5$ と設定したところ、若干砂の実験挙動に近くなった。

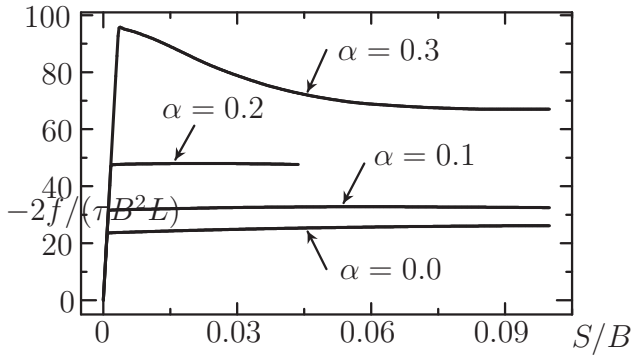


図-3 一軸圧縮の荷重変位曲線

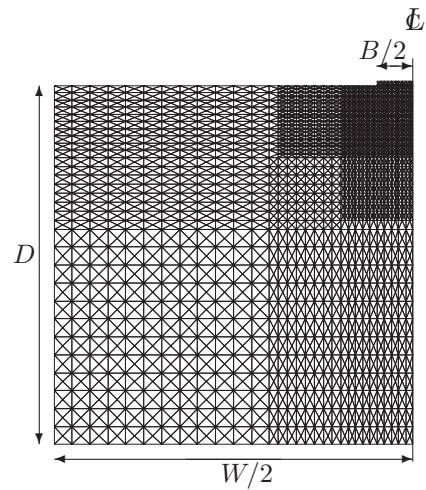


図-5 解析対象の有限要素メッシュ図

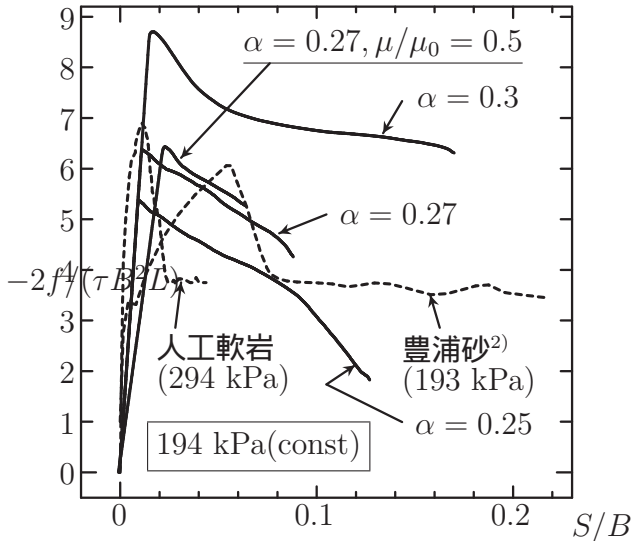


図-4 側圧一定のまま α を変化させたときの荷重変位曲線

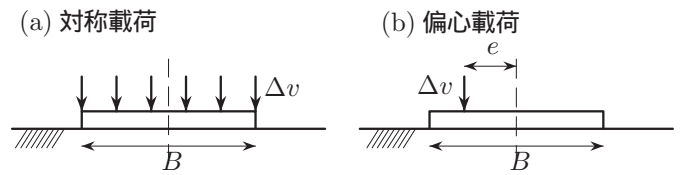


図-6 載荷板への載荷方法

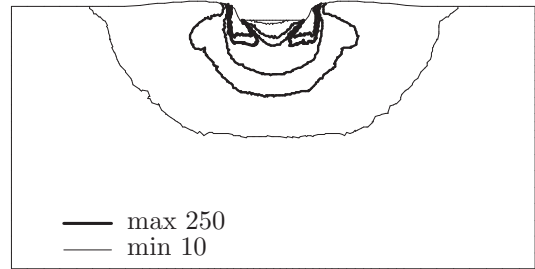


図-7 対称載荷のひずみ分布 ($\alpha = 0.0, \mu/\mu_0 = 1.0$)

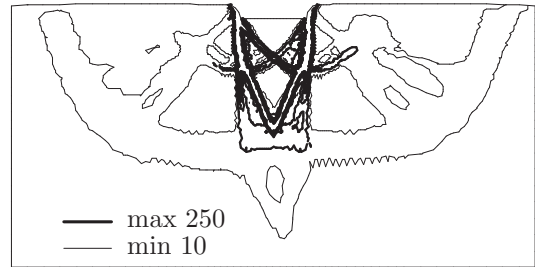


図-8 対称載荷のひずみ分布 ($\alpha = 0.15, \mu/\mu_0 = 0.5$)

4. 地盤の押し込み問題

前章では内部摩擦係数が $\alpha = 0.27$ 、無次元化せん断弾性係数が $\mu/\mu_0 = 0.5$ のときに要素試験のピークを実験値と同程度に設定できた。ここでは、その材料パラメータを用いて直接基礎の解析をする。解析対象の有限要素分割の左半分を図-5 に示す。境界条件は底辺を両方向に固定し、左右辺は水平方向のみ固定である。

載荷板は地盤に比べて剛な材料としており、そのせん断弾性係数を地盤のその 5000 倍とした。また、載荷方法の概要を図-6 に示す。対称載荷の場合は板の上面に一律な強制変位 Δv を加え、偏心載荷の場合は板の中心から距離 e の一節点に強制変位 Δv を与えた。載荷増分ステップは $\Delta v/B = 5.0 \times 10^{-5}$ とした。

(1) 対称載荷

図-7 は $\alpha = 0$ としたときの対称載荷状態のひずみ分布図である。板の両端から 45 度方向へ受動域の形成が確認できるが、その分布はどちらかといえば拡散的で、明瞭なすべり線は確認できない。これに対し、図-8 は内部摩擦係数を $\alpha = 0.15$ とし、さらにせん断弾性係数を $\mu/\mu_0 = 0.5$ としたときの同変位量における分布図である。ここでは、板の両端からそれぞれ 55 度と 70 度方

向に伸びた明瞭なすべり線が確認できる。また、実験で観察されるような受動域まで広範囲に及ぶ局所帯も現れている。深い局所帯は内部摩擦係数 α の影響によって生じ、細かい二次的な帯は非共軸項が発生させている。

図-9 には対応する荷重変位曲線を示した。 $\alpha = 0, \mu/\mu_0 = 1.0$ と比較すると、 $\alpha = 0.15, \mu/\mu_0 = 0.5$ の場合のほうが剛な挙動を示している。しかし、 $S/B = 0 \sim 0.05$ における曲線の勾配が実験と異なるので、 $\alpha = 0.15$ のまま $\mu/\mu_0 = 0.1$ とすると、実験に近い挙動が得られた。ピーク荷重を予測していないことや、 α の影響によって剛な挙動を予測してしまう点が課題である。

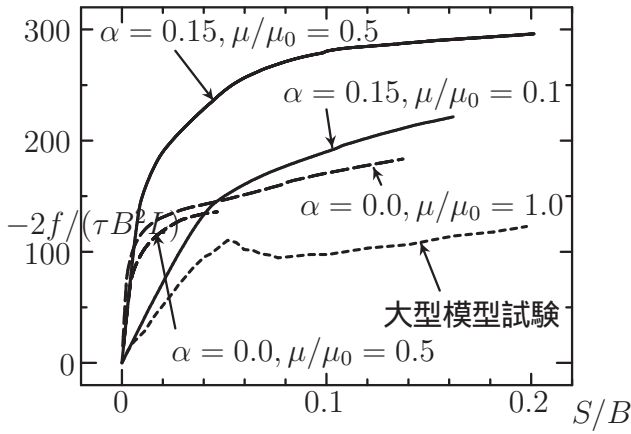


図-9 対称载荷の荷重変位曲線

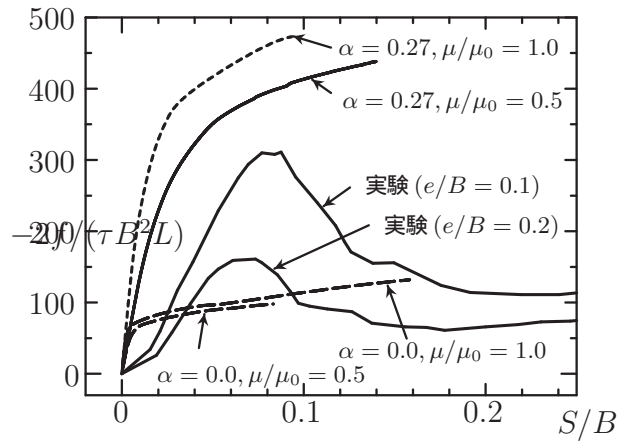


図-12 偏心载荷の荷重変位曲線

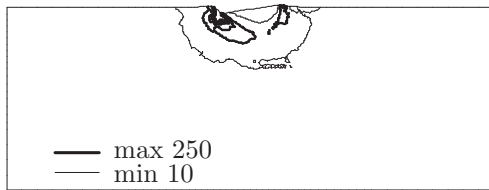


図-10 $\alpha = 0, e/B = 0.2$ のひずみ分布図

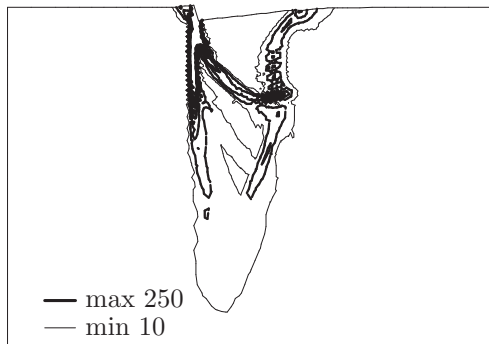


図-11 $\alpha = 0.27, e/B = 0.2$ のひずみ分布図

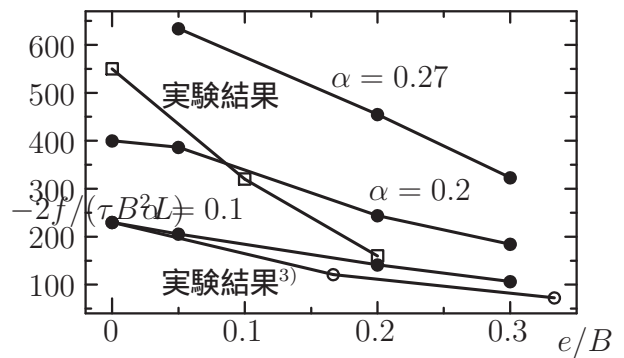


図-13 偏心度と支持力の関係

(2) 偏心载荷

偏心度 $e/B = 0.2$ で $\alpha = 0$ としたときのひずみ分布を図-10に示す．板の両端を結ぶ円弧上にひずみが集中しており，その分布は比較的浅い．一方，図-11は $\alpha = 0.27$ としたときの同変位量におけるひずみ分布である． α を導入したことで，すべり線が実験³⁾で観察されるような深いV字型を形成しており，偏心側の载荷板端から伸びる明瞭な円弧すべり線も確認できる．対称载荷と同様に， α が局所帯を顕在化していると判断できる．

図-12には荷重変位曲線を示した．ここでも解析は剛な挙動を予測しており，ピーク荷重を判断することが困難である．そこで，ここでは $S/B = 0.0875$ のときの荷重を支持力とみなし，そのときの偏心度との関係を α の値ごとにプロットしたものが図-13である． α が大きい場合に剛な挙動となっているものの，その減少傾向は定性的に実験とよく合っている．このように，ある程度は定量的に実験結果を予測することができた．

5. 結論

内部摩擦係数 α の影響に着目しながら要素試験を行い，それを参考に地盤の押し込み問題を数値的に解析して実験と比較した．その結果，以下のような知見を得た．

- α の導入により対称・非対称ともに局所帯が顕在化され，その形状は実験観察に近いものであった．
- 押し込み問題では，地盤内部の複雑な変形挙動を明瞭なすべり線とともに追跡することができた．
- 押し込み問題の荷重変位関係は実験よりも剛な挙動を示したが，偏心度 - 支持力関係に示した程度の定量的な比較ができた．

参考文献

- 1) 白戸真大, 岩熊哲夫: 微視すべりを組み込んだ構成モデルその大変形問題への適用, 土木学会論文集, No.598/I-44, pp.257-268,1998.
- 2) 吉田 輝, 亀谷泰久, 龍岡文夫, 董軍: 砂礫の平面ひずみ圧縮試験におけるせん断層の応力・変形関係, 地盤の破壊とひずみの局所化に関するシンポジウム, 発表論文集, pp.189-196, 1994.
- 3) 岡原美知夫・福井次郎・知見健司: 変形傾斜荷重が作用する剛体基礎の支持力に関する模型载荷実験, 土木学会第48回年次学術講演会, III-342, pp738-739, 1993

(2005年2月8日提出)