

界面剥離モデルを考慮した複合材料の解析手法とモデルの改善

Model analysis of composite materials with partial debonding
along boundary and its improvement

樋口 耕平*

Kohei HIGUCHI

*構造強度学研究室 (指導教官: 岩熊哲夫 教授)

Damages in composite materials are mostly governed by interfacial debonding. In order to take this into account, we employ an analytical model considering partial debonding along interface, and formulate a finite element. The model utilizes a concept where a moduli of an inclusion is replaced by an equivalent one of debonded inclusions. Through some examples, usefulness of the model is shown. As an application excavation analysis of a tunnel in jointed rock mass is carried out, and the results are compared with other observations.

Key Words : composites, partial debonding, Mori-Tanaka theory, finite element analysis

1. はじめに

複合材料の解析手法として、解析的平均化手法と有限要素法とを組み合わせるモデル¹⁾が提案されている。均質化手法のように正確に微視構造等をモデル化することはできないが、介在物の体積比率や形状を直接入力パラメータとして用いることができるので、取り扱いが非常に簡便であるというメリットがあり、設計の初期段階においては有効な手法である。

一方、複合材料は材料界面における剥離現象が問題となる場合がある。そのような問題に対して Zhao and Weng は、界面における応力伝達に着目した界面剥離モデル²⁾を提案した。ここでは、その界面剥離モデルを上述の解析手法に導入し、複合材料の界面剥離を考慮できる数値解析手法を提案する。いくつかの解析例を示し、本解析手法の特性と可能性を検討する。また、節理性岩盤における空洞掘削時の変形挙動予測への応用も試みる。

2. 界面剥離モデルと剥離基準

(1) 仮想ファイバーの直交異方弾性係数

界面剥離モデルとしては、Zhao and Weng の提案したものを用いる。その手法では、通常の介在物の弾性テンソル C_I の代わりに、界面剥離が発生した方向へは応力を伝達しないという直交異方性を有する仮想ファイバーの弾性テンソル C_d で置き換えることによって、界面剥離を表現する。ここではその概要を述べる。

介在物は等方弾性体であるとし、直交座標系 (x_1, x_2, x_3) において x_1 方向に剥離した場合を例とする。完全付着、つまり界面剥離が発生していない場合の介在物の弾

性テンソルを C_I 、介在物内の応力、ひずみテンソルをそれぞれ σ_I, ε_I とする。完全付着の場合の介在物内部での応力ひずみ関係は、Voigt 表記で以下のように書き下せるとする。

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= C_{11}\varepsilon_{11} + C_{12}\varepsilon_{22} + C_{13}\varepsilon_{33} \\ \sigma_{22} &= C_{21}\varepsilon_{11} + C_{22}\varepsilon_{22} + C_{23}\varepsilon_{33} \\ \sigma_{33} &= C_{31}\varepsilon_{11} + C_{32}\varepsilon_{22} + C_{33}\varepsilon_{33} \\ \sigma_{23} &= C_{44}\varepsilon_{23}, \quad \sigma_{31} = C_{55}\varepsilon_{31}, \quad \sigma_{12} = C_{66}\varepsilon_{12}\end{aligned}\quad (1)$$

x_1 方向への界面剥離を考慮するには、 x_1 方向へは介在物が応力伝達しないという

$$\sigma_{11} = \sigma_{31} = \sigma_{12} = 0 \quad (2)$$

の条件を式 (1) に組み込めばよい。すると、最終的に以下の関係式が得られる。

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= 0 \\ \sigma_{22} &= \left(C_{22} - \frac{C_{21}C_{12}}{C_{11}}\right)\varepsilon_{22} + \left(C_{23} - \frac{C_{21}C_{13}}{C_{11}}\right)\varepsilon_{33} \\ \sigma_{33} &= \left(C_{32} - \frac{C_{31}C_{12}}{C_{11}}\right)\varepsilon_{22} + \left(C_{33} - \frac{C_{31}C_{13}}{C_{11}}\right)\varepsilon_{33} \\ \sigma_{23} &= C_{44}\varepsilon_{23}, \quad \sigma_{31} = 0, \quad \sigma_{12} = 0\end{aligned}\quad (3)$$

この応力ひずみ関係を

$$\sigma_I = C_d \varepsilon_I \quad (4)$$

とおけば、これが仮想的に界面剥離が生じた場合の応力ひずみ関係になっており、 C_d が仮想ファイバーの弾性テンソルである。ちなみにこれは $x_2 - x_3$ 平面での平面応力状態である。

(2) 剥離基準の設定

本研究では有限要素解析を行うので、任意の応力状態に対する界面剥離発生の条件を設定する必要がある。本研究では平面ひずみ問題を対象とするので、介在物形状は奥行き方向に無限に長い円柱、または楕円柱である。

介在物形状が円形の場合、介在物中の第一主応力は、その円界面上で同じ方向への剥離を生ぜしめる主応力になる。よって介在物内部の最大引張り主応力がある一定の値（ここでは剥離応力 σ_d と呼ぶ）に達したときに、その方向へ界面剥離が発生するとする。ここで注意したいのは、界面剥離は引張り応力のみで発生し、圧縮応力では発生しないということである。圧縮応力下でも界面には何らかのダメージは発生するだろうが、仮想ファイバーの元々の概念である応力伝達能力の視点からすると、介在物は十分に応力を伝達する。

次に介在物形状が楕円形の場合には少し考えにくい。楕円形の場合、たとえ楕円長軸方向に界面剥離が発生しても、側面の付着によりまだ十分に応力を伝達するだろうということは容易に想像できる。これと同じことは Zhao and Weng も言及している。よって楕円形介在物の場合、界面剥離の発生は楕円長軸直角方向のみに限定し、またその発生基準は楕円長軸直角方向の法線応力が剥離応力 σ_d に達したときとする。

3. 解析的平均化手法による構成モデルと有限要素法への適用

(1) 各増分量の関係

ここでは解析的平均化手法として、森・田中理論³⁾に増分型の J_2 流れ理論を組み込んだ複合材料の構成モデルを用いる。また介在物は補強材と考えるので、本研究では母材のみが降伏とした。その場合、平均ひずみ増分 $\dot{\epsilon}$ 、平均応力増分 $\dot{\sigma}$ 、母材部分の応力増分 $\dot{\sigma}_M$ 、介在物部分の応力増分 $\dot{\sigma}_I$ の関係はそれぞれ

$$\dot{\sigma} = X(C_M, C_I, S, I, f, \sigma_M^y, h_M, n_M, \epsilon_M^p) \dot{\epsilon} \quad (5a)$$

$$\dot{\sigma}_M = Y(C_M, C_I, S, I, f, \sigma_M^y, h_M, n_M, \epsilon_M^p) \dot{\sigma} \quad (5b)$$

$$\dot{\sigma}_I = Z(C_M, C_I, S, I, f, \sigma_M^y, h_M, n_M, \epsilon_M^p) \dot{\sigma} \quad (5c)$$

のように書ける。ここで X, Y, Z は、母材の弾性テンソル C_M 、介在物の弾性テンソル C_I 、介在物の形状を定義する Eshelby のテンソル S 、単位テンソル I 、介在物の体積比率 f 、母材の降伏応力 σ_M^y 、母材の硬化パラメータ h_M, n_M 、母材部分の塑性ひずみ ϵ_M^p で構成される 4 階のテンソルであり、非常に煩雑ではあるが、それらの関数として陽に表現される。界面剥離が発生した場合には、介在物の弾性テンソル C_I を、式 (4) の仮想ファイバーの弾性テンソル C_d に置き換えるということに注意したい。

(2) 有限要素法への適用

本研究では、複合材料の構成関係をひとつの有限要素の要素接線剛性に用いる。つまり、一般的な有限要素法における材料構成則を変更するだけなので、要素を作成するにあたっての特別な配慮は必要ない。要素は、最も一般的な四節点アイソパラメトリック四辺形要素で、非線形解析に対応させるために増分型に改訂した。その場合、要素 e の要素接線剛性方程式は次のように書ける。

$$K_e \dot{d}_e = \dot{F}_e \quad (6)$$

\dot{d}_e は節点変位ベクトル増分、 \dot{F}_e は節点荷重ベクトル増分である。 K_e は要素接線剛性行列で、

$$K_e = \int_{\Omega_e} (\partial N_e)^T X (\partial N_e) dA \quad (7)$$

の形を持つ。 N_e は形状関数、 ∂ は適切な微分演算子からなる行列である。ここで用いている X が、式 (5a) の接線係数テンソルに対応していることにさえ注意すればよい。

4. 解析例

(1) 解析対象の設定

まず直感的な考察が可能なように、最も基本的な構造部材である片持ち梁を対象とする。境界条件は図-1 に示したように設定し、要素分割は桁高方向に 20 分割、スパン方向に 100 分割の計 2000 分割とした。材料は、2124Al 母材中に、補強材として SiC 繊維を体積比 20% で介在させた材料を想定する。2124Al はヤング率 $E_M = 60\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu_M = 0.3$ 、単軸初期引張り降伏応力 $\sigma_M^y = 290\text{MPa}$ 、硬化パラメータ $h_M = 700\text{MPa}$ 、 $n = 0.55$ 、SiC 繊維はヤング率 $E_I = 450\text{GPa}$ 、 $\nu_I = 0.2$ とした。ここで問題となるのが、界面強度を規定する剥離応力であるが、ここでは $\sigma_d = 200\text{MPa}$ とする。介在物の形状は、円形または半径比 1:5 の楕円形とする。

(2) 介在物の形状・向きの影響

ここでは、円形介在物を分布させた場合、楕円形介在物をランダムな向きに分布させた場合、楕円形介在物を全て水平方向な向きに分布させた場合、楕円形介在物を上下表層側 2 層のみ合計 4 層に水平方向に分布させ、その他の層はランダムな向きに分布させた場合の 4 通りで解析を行うことで、介在物の形状・向きの影響を検討し、本解析手法の特性と可能性を検討する。

載荷荷重 $P = 24.0\text{MN}$ のときの状態変形図を図-2 に示す。状態図中の各要素は 4 種類の灰色で色分けされており、真黒の部分が界面剥離が生じ母材部分も降伏した状態、濃い灰の部分が界面剥離のみ生じ母材はまだ降伏していない状態、薄い灰の部分が界面剥離は生じていな

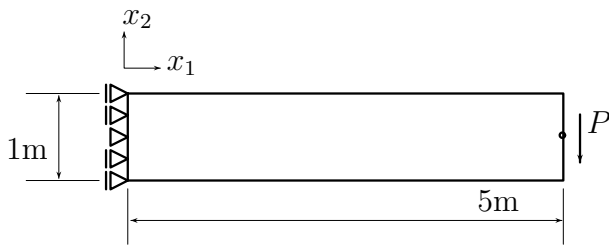


図-1 解析対象

いが母材が降伏した状態，白い部分は界面剥離も生じておらず母材も降伏していない状態を表す．まず，円形介在物の場合の状態変形図では，剥離領域は最も大きな引張り応力が作用する上縁左端から広がっており，母材の降伏領域は上下縁左端から広がっていることがわかる．ランダムな向きに分布させた場合の剥離領域と母材の降伏領域は，分布が疎になっているが，巨視的な広がりには円形介在物の場合とほぼ同じである．全て水平に分布させた場合では，介在物の楕円短軸方向には引張り応力がほとんど作用しないために界面剥離が発生しておらず，また上下端のみ水平に分布させた場合も上下端では界面剥離が発生していない．このように本解析手法では，界面剥離を制御させるような介在物の分布を探すことが容易にできる．

次に，荷重変位関係を図-3に示す．円形介在物の場合よりも楕円形介在物がランダムな向きに分布している場合のほうが剛性が大きく出ている．これは，界面剥離の発生しない局所的な部位の存在が剛性を保っていることから，巨視的な剛性に影響を及ぼしたものと考えられる．当然，全て水平方向に分布させた場合はさらに剛性が大きくなっている．しかし，上下端のみ水平に分布させたものもかなり大きな剛性を示している．このように，本解析手法は目的に応じて介在物の最適な分布等を検討するような場合に非常に適していると考えられる．

5. 節理性岩盤の空洞掘削時における変形挙動予測への応用

(1) 問題の設定

本解析手法の応用例として，節理の介在する岩盤における空洞掘削時の挙動解析を試みる．本解析手法では，複合材料中の異種材料界面での剥離と母材の降伏が扱えるのだが，その界面剥離を岩盤中の節理の発生・開口と解釈することで，空洞掘削時の周辺岩盤において節理の開口領域がどのように進展するかを予測できるのではないかと考えた．母材の降伏については，本解析手法に J_2 塑性モデルを用いていることから岩盤の破壊と結びつけることは困難である．よって，ここでは母材の降伏は扱わず界面の剥離のみを非弾性応答と捉える．

対象とした空洞は，高さ 4m，幅 4m の馬蹄形（円形部の半径が 2m）で，解析領域は，外縁における影響を

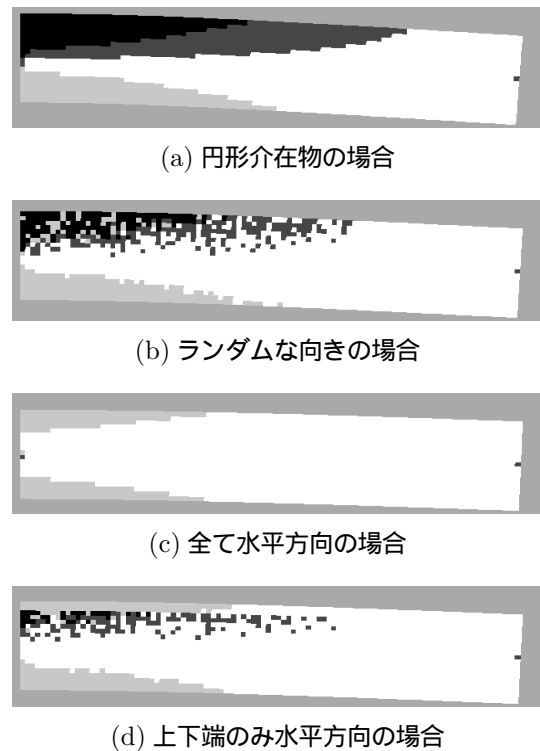


図-2 状態変形図 ($P = 24\text{MN}$)

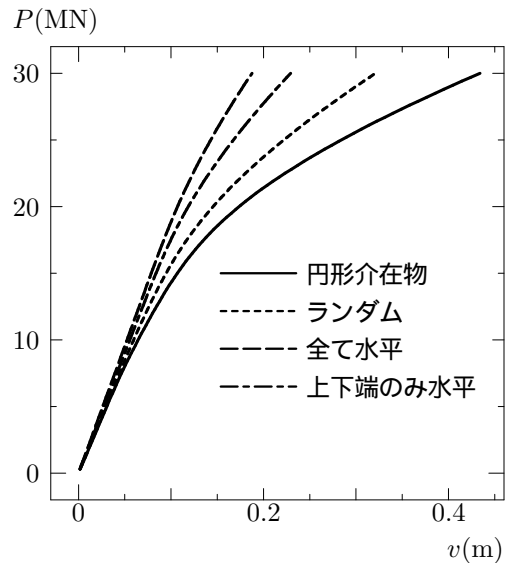


図-3 荷重変位関係

低減するために十分大きいと考えられる $40\text{m} \times 40\text{m}$ とした．変位拘束条件は解析領域上下縁を鉛直方向固定，左右縁を水平方向固定とする．荷重は，空洞掘削による応力解放として，空洞壁面に掘削相当外力を与える．

(2) 一方向の節理が卓越して存在している場合

実際の岩盤中において節理群は，同じ向きを持った二，三種類程度の卓越した節理群が介在していることがわかっているが，まずは，その中の一種類の節理群が特に卓越している場合を考える．つまり節理の向きがある

一方向のみの場合である。

応力解放は、空洞が土被り 200m 程度の深部に位置すると仮定した場合の土被り圧にほぼ等しい $\sigma_v = 5\text{MPa}$ を鉛直方向に与える。水平方向には側圧係数を 0.8 とした $\sigma_h = 4\text{MPa}$ を与える。材料は、基質岩盤の弾性定数をヤング率 $E = 20\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu = 0.20$ とし、この値を母材、介在物両方に与える。介在物の形状は半径比 1:10 の楕円形、体積比率は 20 % とする。次に界面の剥離応力、つまり節理の開口する応力であるが、ここでは岩盤の引張り強度を想定して 2MPa と設定する。

節理の向きを、鉛直方向、右落ち 60 度、右落ち 30 度、水平方向とした場合の結果を図-4 に示す。節理開口領域は、いずれの場合も節理の向きに対してほぼ垂直な方向に進展していることがわかる。

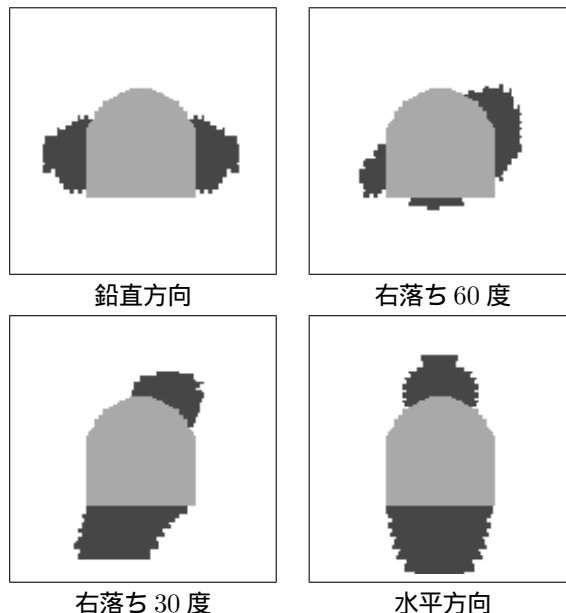


図-4 節理開口領域

(3) 二方向の節理が卓越して存在している場合

次に、二方向の節理が卓越している場合を考える。またここでは、地下発電所等の掘削解析において実績を挙げている吉田らの解析結果⁴⁾との定性的な比較を行う。

ここでは、解析条件を吉田らのものと合わせて、水平方向応力と鉛直方向応力はともに 30MPa 、また卓越する節理等を除いた基質岩盤部の弾性係数はヤング率を $E = 20\text{GPa}$ 、ポアソン比を $\nu = 0.25$ とした。剥離応力つまり節理の開口が生じる応力であるが、ここでは $\sigma_d = 15\text{MPa}$ とした。節理の向きについては、吉田らの解析では右落ち 60 度と左落ち 60 度の二種類の節理が同時に介在している。本解析では一要素に一種類の節理しか考慮できないので、要素毎に右落ち 60 度か左落ち 60 度の節理のどちらかがランダムに分布しているとした。

吉田らの解析結果と本解析手法による結果を図-5、6 に示す。それぞれ右落ち 60 度、左落ち 60 度の節理に対する開口領域を示している。右落ち 60 度の節理に対しては、空洞の右上部と左下部に節理の開口領域が発生しており、左落ち 60 度の節理に対しては、その逆となっている。定性的には吉田らの結果とよく一致している。ただし、空洞下部角の開口をあまり良くは予測できていない。

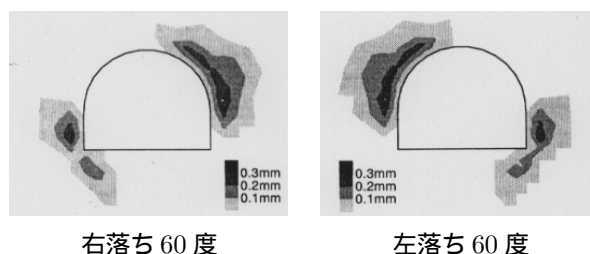


図-5 吉田らの解析による節理の開口変位分布

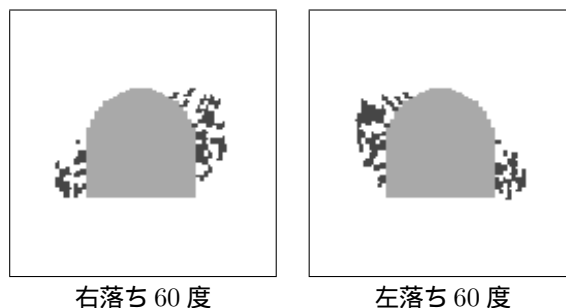


図-6 本解析による節理開口領域

6. おわりに

界面剥離モデルを考慮した複合材料の簡易な解析手法を提案し、いくつかの解析結果を示した。結果から本解析手法は、複合材料の微視構造を検討するような設計の初期段階においては非常に有効であると考えられる。また、本解析手法を節理性岩盤の空洞掘削時における変形挙動予測に応用することを試みた。既存の解析手法とは定性的にはあるが、良い整合を示した。今後、一要素内への複数種類の介在物の許容や母材部分への摩擦性材料の構成側の適用等の拡張を行えば、さらに高度な予測も可能になると考えられる。

参考文献

- 1) 樋口耕平, 岩熊哲夫, 京谷孝史, 寺田賢二郎: 解析的平均化手法を用いた複合材料の平面ひずみ要素, 応用力学論文集, Vol.6, pp.107-116, 2003.
- 2) Zhao, Y.H. and Weng, G.J.: Transversely isotropic moduli of two partially debonded composites, *Int. J. Solids Structures.*, Vol.34, No.4, pp.493-507, 1997.
- 3) Mori, T. and Tanaka, K.: Average stress in matrix and average energy of materials with misfitting inclusions, *Acta Metall.*, Vol.21, pp.571-574, 1973.
- 4) 吉田秀典, 加藤和之, 久米田正邦: 掘削影響領域を考慮した岩盤のクリーブ解析手法の開発, 応用力学論文集, Vol.7, pp.607-616, 2004.

(2004年2月8日提出)