

局所化した変形と強度に及ぼす平均応力の影響

Effect of average stress on localized deformation and strength

得地 智信*

Tomonobu TOKUCHI

*構造強度学研究室 (指導教官: 岩熊哲夫 教授)

The localized deformation like a slip line has been researched by many experiment. But the numerical analyses result in wrong predictions of localized deformation patterns and their development. So non-coaxial model is one of the most excellent model of localized deformation prediction. In this study the effect of the average stress is included in the non-coaxial model. And the two effect are figured out for the important factor of localized deformation.

Key Words : average stress, non-coaxiality, localization of deformation

1. まえがき

金属材料や地盤材料等の社会基盤構造に関係した材料の変形が大きくなるに従ってすべり線のような局所化した変形が生じることがあり、実験等によっても観察されている。その局所化した変形がどのように発達し終局状態に至るのか、また依存する要因は何であるのかについて数値的にもとめることは、構造材料の設計を行う際に重要なことである。しかし、特に地盤材料においては内部の変形の発達性状が複雑なため、その特徴を数値解析で十分に追跡することができていない。

これまでの我々の研究では、文献^{?)}で示されたように、内部摩擦係数が局所変形の向きに及ぼす影響は小さかったため、主に非共軸項の影響に注目してきた。しかし地盤の支持力問題の研究では、摩擦性材料は発揮される強度が地盤内応力で異なる性質があることより、平均応力に依存したモデルとする必要がある。そこで本研究では、非共軸モデルに二重すべりメカニズムを合わせた硬化系の安定な構成モデルに平均応力依存型モデルを加えることによって、内部摩擦係数の影響を非共軸項と共に調べてみた。

2. 平均応力依存型構成モデル

文献^{?)}で展開された非共軸項と二重すべりメカニズムを加えた構成モデルに本研究で導入した平均応力と初期せん断降伏応力の影響を含んだモデルを概説する。

構成則を nominal 応力速度 \dot{n} と速度勾配で

$$\dot{n}_{ij} = F_{ijkl} v_{k,l} \quad (1)$$

で表すことにする。ここに v は速度ベクトルである。ここで用いたモデルでは、変形速度 d を

$$d_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i}) = d_{ij}^e + d_{ij}^p + d_{ij}^m \quad (2)$$

の 3 成分で重ね合わせで与えることとした。ここで上添え字 e を弾性成分、 p は塑性成分、最後の添え字 m は二重すべりメカニズムによる変形速度成分を表す。

このそれぞれの成分に文献^{?)}で提案するような構成関係を仮定することによって、接線剛性 F が

$$F_{ijkl} = C_{ijkl} + \sigma_{ij} \delta_{kl} \quad (3)$$

$$- \frac{1}{2}(\delta_{ik} \sigma_{lj} + \delta_{il} \sigma_{kj}) + \frac{1}{2}(\delta_{jk} \sigma_{li} - \delta_{jl} \sigma_{ki}) - \chi(C_{ijmn} p_{mn}^\alpha + q_{im}^\alpha \sigma_{mj} + q_{jm}^\alpha \sigma_{mi}) M^{\alpha\beta} p_{pq}^\beta C_{pqkl} \\ C_{ijkl} \equiv \left\{ \bar{\mu}(\delta_{ik} \delta_{jl}) + \left(\kappa - \frac{2}{3} \bar{\mu} \right) \delta_{ij} \delta_{kl} \right\} \quad (4)$$

$$+ (\mu - \bar{\mu}) \frac{1}{\bar{\sigma}^2} \sigma'_{ij} \sigma'_{kl} - \frac{(\mu \sigma'_{ij} / \bar{\sigma} + \kappa \beta_h \delta)(\mu \sigma'_{ij} / \bar{\sigma} + \kappa \alpha_h \delta)}{H + \mu + \kappa \beta_h \alpha_h}$$

と求められる。ここに $\bar{\mu}$ は

$$\bar{\mu} \equiv \left(\frac{1}{\mu} + 2A \right)^{-1} \quad (5)$$

と定義し、 A が非共軸成分を代表する材料パラメータで、 $\bar{\mu}$ は見かけ上の接線せん断係数に担当することから、非共軸項が材料のせん断抵抗を下げる役目を果たしている。ここに発展則として内部摩擦係数 α_h とダイラタンシー係数 α_h を

$$\alpha_h \equiv -3 \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kk}}, \quad \beta_h \equiv -3 \frac{\partial G}{\partial \sigma_{kk}} \quad (6)$$

と定義し、また H を硬化係数と定義した。

降伏条件は摩擦性材料のモデルとして平均応力依存の項を加えた

$$f = \bar{\sigma} + \alpha I_1 - k_0, \quad I_1 = \sigma_{kk} \quad (7)$$

という形で与えた。ここに α は内部摩擦角に関係したパラメータであり、 α_h に 1/3 を掛けたものと一致する。

ただし、降伏における平均応力依存性と硬化におけるそれとを区別するために、 $\alpha \neq \alpha_h/3$ と便宜上置くことにしたい。

ここで式(??)の χ は、二重すべりメカニズムが滑動した時のみ1になり、それが発生しない状態では零のままである。この二重メカニズムの滑動する条件として次のHillの不連続条件

$$\det |n_i F_{ijkl}(\chi = 0) n_l| = 0; \quad n_k n_k = 1 \quad (8)$$

を満足した段階とし、これによって生ずる不連続面を「微視すべり面」と呼ぶ。

3. 一軸圧縮試験と構成モデルの特徴

まず地盤材料や岩盤等の材料特性を同定するために、簡単な要素試験のシミュレートとしてブロックの平面ひずみ一軸圧縮試験を行う。

(1) 解析手法

解析対象は地盤材料の圧縮試験やそれに関する数値解析でよく用いられている縦横比と同様に $L/W = 2$ と設定した。完全系の他に図-??のように初期不整 v を文献²⁾と同様に与え、要素分割は800要素を用いる。境界条件は上下端固定の左右端を自由にして y 軸方向に一軸に圧縮を行った。

(2) 解析結果

Drucker-Prager型の初期降伏関数にのみ内部摩擦係数 α が存在し、後続降伏には内部摩擦係数を与えない場合を考える。材料パラメータは文献²⁾と同様に非共軸パラメータは $\bar{\mu}/\mu = 3.0 \times 10^{-3}$ 、硬化係数は $H/\mu = 0.001$ 、すべり抵抗パラメータは $K/\mu = 0.00001$ とした。

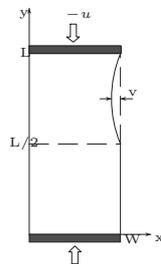


図-1 解析対象

内部摩擦係数を変化させたときの荷重ひずみ曲線を図-??に示した。実験ではこの図-??のように明確な降伏点は観測されないのは、砂に厳密な弾性部分は無いためと考えたと、実験でのなだらかな上に凸の曲面で荷重が上昇し、ある変形でピークを迎え、その後軟化するという特徴を、 $\alpha \neq 0$ の場合には定性的には表している。

図-??では $\alpha = 0$ の場合を除くと軟化を表しており、内部摩擦角と巨視的なすべりとの相互作用が示唆される。そこで図-??から図-??の変形図を見ると、 $\alpha = 0$ の場合には局所変形の帯が荷重方向軸より水平軸に近い向きを持つために、2組の×印の帯が生じているのがわかる。これに対して $\alpha \neq 0$ の場合には局所変形が荷重方

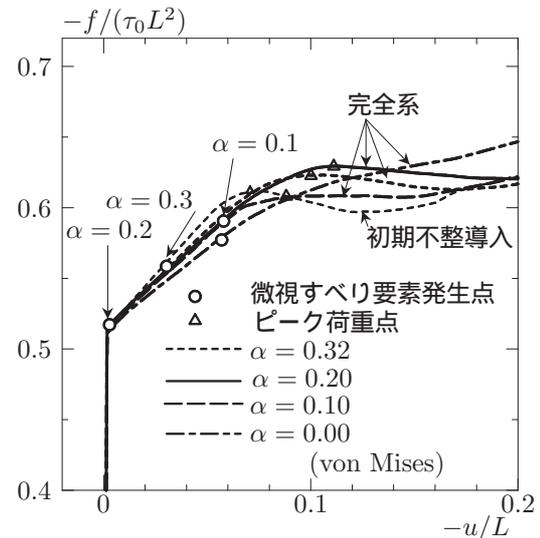


図-2 内部摩擦係数を変化させたときの解析結果

表-1 内部摩擦角 ϕ と α の対応と巨視的すべり線角度の理論値と解析値

M-C ϕ deg.	D-P α	理論値 ($45 + \phi/2$) deg.	解析値 すべり線 deg.	(1) ($33 + \phi/2$) deg.
0	0	1.0	33	33
13.8	0.1	51.9	36	39.9
26.3	0.20	58.1	47	46.15
40.6	0.32	65.3	55	53.3

(1) : $\alpha = 0$ のときのすべり線の角度を基本として破壊面のなす角度を計算したとき

向に近づき立ってくるので、×印は2つにならずに1組しか現れることができない。これは内部摩擦角の存在によって水平軸に対するせん断帯の角度が立ってくることを示している。

ここで変形図より確認できるすべり線の角度とMohr-Coulomb型モデルの外縁とDrucker-Prager型モデルが接するように合わせたときの内部摩擦角によって理論的に求まるすべり線の角度を表-??に定量的に示した。これより理論値と解析値ではそれぞれの内部摩擦角に対して約10度の誤差があったがほぼ同じ増加傾向を示している。そこで、 $\alpha = 0$ でのすべり線の角度をこの構成モデルの性質と考えて、それに内部摩擦角の項を代入したのが表-??の(1)であるが、解析結果の数値とほぼ一致し内部摩擦係数の影響を十分に表した結果といえる。

また初期不整の影響を $\alpha = 0.32$ の場合で表した変形図が図-??であるが、内部摩擦角による影響と初期不整の影響が重なり合っている変形モードが確認でき、内部摩擦角による材料特性が十分現れていると考えられる。

これより、実験でみられるような60度方向のすべり

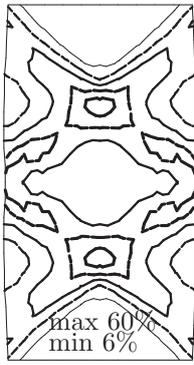


図-3 $\alpha = 0$, 完全

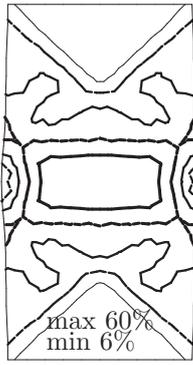


図-4 $\alpha = 0.1$, 完全

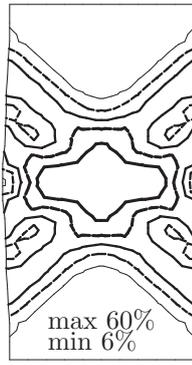


図-5 $\alpha = 0.2$, 完全

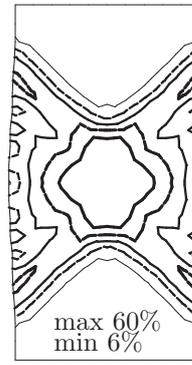


図-6 $\alpha = 0.32$, 完全

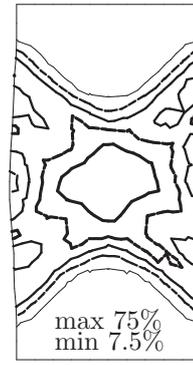


図-7 $\alpha = 0.32$, 非対称

線パターンまでは得ることはできなかったが，内部摩擦係数を変化させることでおおよその材料パラメータを同定することができた．

4. 地盤の押し込み問題

ここでは地盤の押し込み問題を対象とし，大型模型実験で観察されたすべり線パターンや強度特性が，ここで考えている材料モデルでどのくらい予測されるかについて検討する．

(1) 解析対象領域の設定と境界条件

本研究で用いた解析対象領域は，文献²⁾で扱ったのと同様な閉じた領域で図-9とした．境界条件は，底辺を両方向に固定し，左右辺は水平方向を固定して鉛直方向を自由とした．強制変位増分ステップ Δu は $-\Delta u = 0.0005$ と設定し，その分布は図-9に示した通りである．

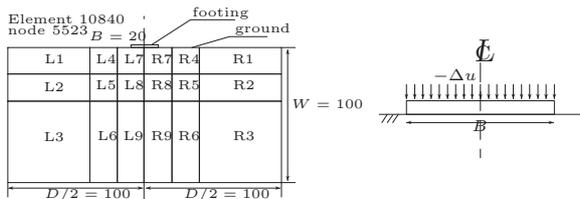


図-8 解析対象領域

図-9 荷重方法

(2) 内部摩擦係数と非共軸項の効果

内部摩擦係数を $\alpha = 0$ とした von Mises 型モデルの共軸モデルと白戸³⁾の非共軸に二重すべりを加えたモデル (これ以後非共軸モデルと呼ぶ) と一軸圧縮試験によって同定したパラメータで，von Mises 型モデルと同じような荷重変位挙動を示すように，試行錯誤によって $\alpha = 0.16$ で $k_0/\tau_0 = 0.45$ とした Drucker-Prager 型の場合の共軸モデルと非共軸モデルとを比較する．

このときの荷重変位曲線を図-10に示した．強度特性は von Mises 型の共軸モデルの場合のみが剛な挙動を示

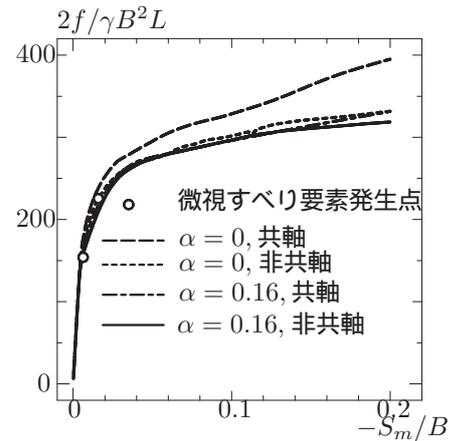


図-10 $\alpha = 0$ と $\alpha = 0.16$ での荷重沈下量曲線

し，それ以外の条件の場合の荷重沈下量曲線はほぼ同じ性質を示す．

沈下量レベルが $-S_m/B = 0.015$ と $-S_m/B = 0.12$ での相当残留ひずみ分布を図-11から図-12に示した．von Mises 型共軸モデルの場合の沈下量レベル 0.015 の図-11は，丸い局所帯が表されすべり線とはいえない，さらに沈下量が 0.12 での図-12になっても十分な局所帯が出ているとは言えない．これは荷重変位曲線も剛な応答を示しているように，安定すぎる材料であるため通常の荷重レベルでは局所帯が十分に出ないことがわかる．今回導入した Drucker-Prager 型モデルで共軸の場合の沈下量が 0.015 の図-11では，内部摩擦係数の影響によって深い位置まで局所帯が伸び荷重板直下でつながっている．さらに沈下量レベルが 0.12 の図-12になると主動帯くさびが深い位置に伸び受働域まで行くが，von Mises 型の共軸と同様に丸みを帯びた局所帯で地盤内は安定な挙動を示している．

von Mises 型非共軸モデルの場合は初期の段階の図-13で 45 度方向にすべり線が伸び始め，沈下量レベルが 0.12 では図-14のように 45 度方向と 90 度方向に明瞭なすべり線が確認でき古典論での極限解析解とよく合っている．Drucker-Prager の非共軸モデルでは，沈下量

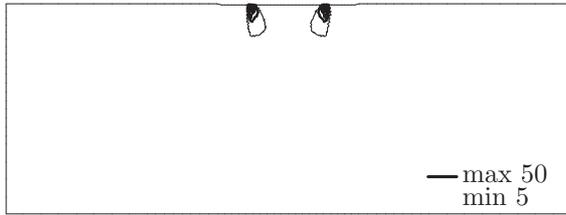


図-11 von Mises($\alpha = 0$), 共軸, $-S_m/B = 0.015$

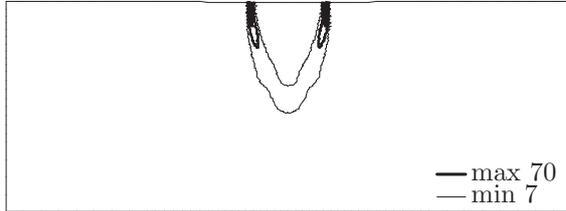


図-13 Drucker-Prager($\alpha = 0.16$), 共軸, $-S_m/B = 0.015$

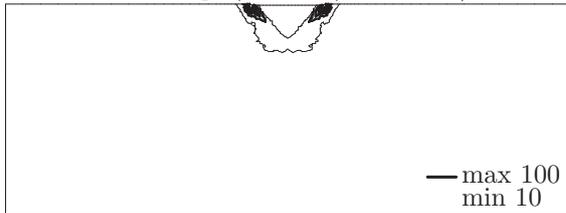


図-15 von Mises($\alpha = 0$), 非共軸, $-S_m/B = 0.015$

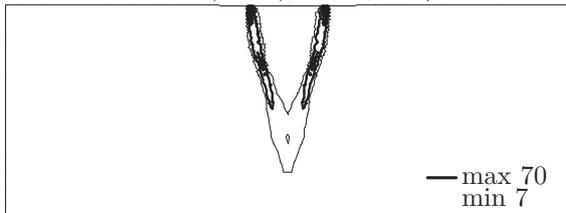


図-17 Drucker-Prager($\alpha = 0.16$), 非共軸, $-S_m/B = 0.015$

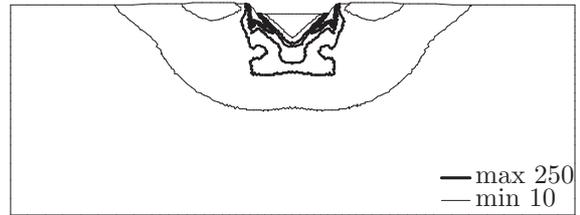


図-12 von Mises($\alpha = 0$), 共軸, $-S_m/B = 0.12$

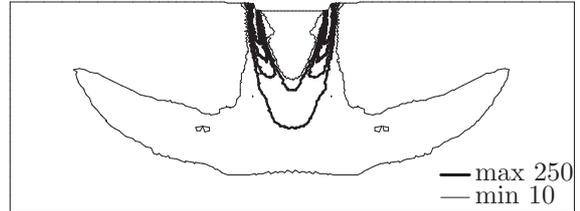


図-14 Drucker-Prager($\alpha = 0.16$), 共軸, $-S_m/B = 0.12$

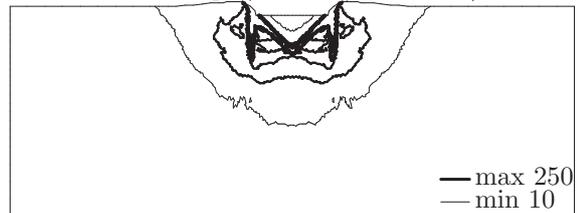


図-16 von Mises($\alpha = 0$), 非共軸, $-S_m/B = 0.12$

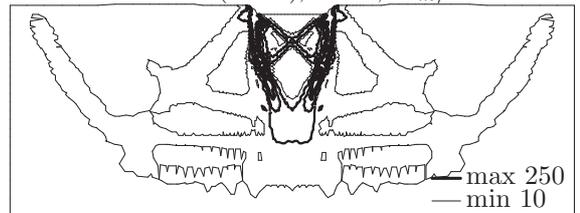


図-18 Drucker-Prager($\alpha = 0.16$), 非共軸, $-S_m/B = 0.12$

が0.015での図-??で主働くさびの底角が80度を示す方向にすべり線が伸び、沈下量レベルが0.12になると図-??に示したように、その共軸モデルと同様の深い主働くさびが非共軸の影響によって集中した局所帯になっており、受働域まで伸びたダイナミックな円弧すべり線パターンも見うけられる。これは木村らの実験²⁾でのX線写真に得られたすべり線パターンによく似ている。

5. まとめ

本研究では非共軸モデルに二重すべりメカニズムを含んだ硬化系の安定な構成モデルに、摩擦性材料の性質を持たせるために導入した平均応力依存型モデルによって、地盤の押し込み問題等の地盤挙動の予測を行い、その結果次のような結論を得た。

- 初期降伏条件に内部摩擦係数を導入することで一軸圧縮試験によるせん断帯の角度が水平軸に対して傾き、より実験に近い挙動を示した。
- 非共軸モデルに内部摩擦係数を導入することで載荷

板直下に深い主働くさびを形成し、受働域までダイナミックなすべり線が円弧を描いていく挙動を追跡できた。

- 地盤挙動を追跡するには内部摩擦係数と非共軸項が重要な要因であるとわかった。

参考文献

- 1) T. Iwakuma, and S. Nemat-Nasser: An analytical estimate of shear band initiation in a necked bar, *Int. J. Solids Structures*, Vol.18, No.1, pp.69-83, 1982.
- 2) 白戸真大・岩熊哲夫：微視すべりを組み込んだ構成モデルとその大変形問題への応用, 土木学会論文集, Vol.598/I-44, pp.257-268, 1998.
- 3) 佐藤友亮・大友俊・岩熊哲夫：直接基礎の支持力特性に境界条件が及ぼす影響, 応用力学論文集, Vol.6, pp.343-353, 2003.
- 4) 木村 孟・斎藤邦夫・日下部治・司代明：砂地盤の支持力ならびに変形形状に対する異方性の影響について, 土木学会論文報告集, Vol.319, pp.105-111, 1982.

(2004年2月9日提出)